

GEOMECC

BOLETIN DE DIVULGACION GEOTECNICA

EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS
EN LAS APLICACIONES GEOTECNICAS
" EL CODIGO WILSON 63 COMO EJEMPLO DIDACTICO "

GIANFRANCO PERRI - MIGUEL CASTILLEJO



Nº

4

OCTUBRE, 1981

caracas

Estimados Colegas:

Con motivo de la edición de este N° 4 de " GEOMECC " en homenaje al Dr. Eduardo Peláez, he querido dedicar estas líneas, para en forma muy breve, expresar el sentimiento de todos aquellos que hemos sido sus compañeros de trabajo docente en la Escuela de Geología, Minas y Geofísica.

Don Eduardo, como lo llamamos cariñosamente, ha sido por muchos años uno de los más fuertes puntales del Departamento de Ingeniería de Minas y por sus manos han pasado numerosas promociones de Ingenieros, que luego han ingresado al contingente de profesionales que hoy laboran en pro del desarrollo nacional.

Nos contenta que el Dr. Eduardo Peláez, luego de muchos años de prestar sus valiosos servicios a la Institución Universitaria, pueda dedicarse ahora al bien merecido descanso, y a realizar otras actividades que posiblemente el quehacer universitario no le permitía. Sin embargo, sentimos el vacío que dejará, sobre todo para aquellos que constantemente recurriamos a él, en busca de consejos y opiniones.

Don Eduardo, con todo el cariño que le tenemos todos los que hemos compartido con usted, penas y alegrías en la Escuela de Geología, Minas y Geofísica, le decimos ¡ Adios nunca. Hasta siempre!

Enrique Navarro F.

DIRECTOR

Escuela de Geología Minas y Geofísica

Caracas, septiembre 25 de 1981

En este número de " GEOMECH " damos continuación a la tarea que hemos iniciado con el número 1 y continuado con el número 3 del boletín, de publicar los resultados de las investigaciones que estamos llevando a cabo sobre el tema de " EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EN LAS APLICACIONES GEOTECNICAS " .

En esta ocasión presentamos un código de cálculo elemental (El " WILSON - 63 ", modificado), con todo comentario necesario y adicional a cuanto expuesto en el Capítulo de " Introducción al Método " (Boletín N.º 1), y con dos ejemplos elementales de aplicación a estructuras elásticas lineales isótropas y homogéneas.

De tal manera consideramos suministrar una contribución inmediata a quienes desean introducirse a la aplicación práctica del M.E.F.

Caracas, octubre de 1981

EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EN LAS APLICACIONES GEOTECNICAS

" EL CODIGO WILSON 63 COMO EJEMPLO DIDACTICO "

POR: GIANFRANCO PERRI Y MIGUEL CASTILLEJO (*)

(*)

*Departamento de Minas, Escuela de Geología Minas y Geofísica,
Facultad de Ingeniería - U.C.V.*

INTRODUCCION

Así como se mencionó en la introducción a la primera parte de este trabajo (*) sobre las aplicaciones geotécnicas del M.E.F., fue Clough (1960) a publicar por primera vez un trabajo en el que se mencionó el método con su nombre actual y fue pocos años después (1963) que su discípulo Edward L. Wilson, presentó su disertación doctoral titulada " Análisis por elementos finitos de estructuras bidimensionales " en la que presentó el resultado de su investigación realizada bajo la guía de Clough y cuyo objetivo fue generalizar y extender la aplicación del método de los elementos finitos a estructuras planas.

El código (Wilson 63) anexo a esta disertación ha sido hoy en día, ampliamente superado, pero conserva, por su mismo carácter de limitado y no sofisticado, una gran utilidad didáctica permitiendo la comprensión, a quien se está iniciando en la materia, y el seguimiento de las diferentes partes que integran un Código de elementos finitos, que por lo normal es algo ciertamente complejo.

Antes de presentar el código de cálculo y algunos ejemplos elementales de su aplicación, a continuación se comentarán aquellos aspectos del trabajo de Wilson que no se incluyeron en la exposición general de introducción al M.E.F. que se hizo en la primera parte de nuestro trabajo. Específicamente se ilustran: primero una forma intuitiva de llegar a la fórmula de la matriz de rigidez de un elemento finito triangular, luego el método iterativo utilizado en el código para la inversión de la matriz de rigidez global, un procedimiento que permite obtener los resultados (esfuerzo y deformaciones) en los puntos nodales además que en los baricentros de los elementos y la manera simple de introducir las condiciones de borde para la determinación estática de la estructura.

(*) "El Método de los Elementos Finitos en las aplicaciones geotécnicas. Introducción al Método". G.Petri et Al. GEOMECH N° 1, Julio, 1981.

MATRIZ DE RIGIDEZ

La forma más directa de derivar la matriz de rigidez de un elemento, es la que se basa sobre consideraciones energéticas, determinándose el trabajo externo realizado por las fuerzas equivalentes ficticias en los nodos { F }, luego la energía total de deformación del elemento e, igualando estas dos cantidades se llega a la fórmula de la rigidez:

$$[K]^e = \int_V [B]^T [D] [B] dv \quad (1)$$

siendo V el volúmen del elemento, [B] la matriz de las deformaciones y [D] la matriz constitutiva del material.

Ahora bien con el propósito de dar una solución más intuitiva, así como una interpretación física del método, puede procederse de la manera siguiente.

En la figura 1 se presenta en forma gráfica el procedimiento mediante el cual se reemplazan los esfuerzos actuantes en forma uniformemente distribuída sobre los lados del elemento triangular { σ_{ij} }, con las fuerzas equivalentes estáticamente resultante actuantes en forma concentrada sobre los nodos del elemento triangular { F }, en la hipótesis de espesor unitario para el elemento mismo.

Se obtiene para la componente horizontal de la fuerza en el nodo " i " (F x i), la siguiente expresión:

$$F_{xi} = \frac{1}{2} (b_j - b_k) \sigma_x + \frac{1}{2} (a_k - a_j) \tau_{xy} \quad (2)$$

y para todas las seis componentes de { F }, dos para cada nodo, en forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} F_{xi} \\ F_{yi} \\ F_{xj} \\ F_{yj} \\ F_{xm} \\ F_{ym} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (b_j - b_m) & 0 & (a_m - a_j) \\ 0 & (a_m - a_j) & (b_j - b_m) \\ b_m & 0 & -a_m \\ 0 & -a_m & b_m \\ -b_j & 0 & a_j \\ 0 & a_j & -b_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3a)$$

o en forma resumida:

$$\{ F \}^e = [A] \{ \sigma \}^e \quad (3b)$$

A este punto es suficiente sustituir:

$$\{ \sigma \} = [D] \{ \epsilon \} \quad (\text{ley constitutiva})$$

$$\{ \epsilon \} = [B] \{ \delta \} \quad (\text{deformaciones-desplazamientos nodales})$$

y observando que $[A] = [B]^T \times \text{volúmen}$, se obtiene:

$$\{ F \} = [B]^T [D] [B] \{ \delta \} \times \text{volúmen} \quad (4)$$

que es la relación fuerzas - desplazamientos nodales. Indicando el volúmen del elemento como Area (A) x Espesor (t), resulta la matriz de rigidez del elemento.

$$[K]^e = [B]^T [D] [B] t A \quad (5)$$

INVERSION DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL

Una vez obtenida la matriz de rigidez global de la estructura completa $[K]$ mediante la adecuada superposición mecánica de las matrices de rigidez de cada elemento componente, la ecuación resolutive del problema, que da los desplazamientos de cada nodo es la siguiente:

$$\{ \delta \} = [K]^{-1} \{ R \} \quad (6)$$

siendo $\{ \delta \}$ el vector incógnito de los desplazamientos, $\{ R \}$ el vector conocido de las fuerzas externas, y $[K]^{-1}$ la matriz inversa de rigidez global.

Ahora bien, es justamente la operación de inversión de la matriz $[K]$ el problema numérico más importante del M.E.F., toda vez que se tiene presente que se trata de una matriz muy grande (para estructuras planas el orden es de $2 n \times 2 n$, siendo n el número de nodos).

Y las limitaciones efectivas de cálculo residen en la capacidad (en términos de tiempo y memoria) de la computadora de poder efectuar la operación de inversión.

En consideración del hecho que la matriz de rigidez tiene muchos ceros es posible, mediante una adecuada elección del método de numeración de los nodos, concentrar los términos diferentes de cero, a lo largo de la diagonal, obteniéndose de tal manera una " matriz banda ".

Esto permite a su vez el uso de especiales procedimientos numéricos de inversión que mejoran la eficiencia del empleo de la memoria disponible de la computadora.

En esta ocasión, sin embargo se describirá un procedimiento de inversión de tipo iterativo, que presenta la sola ventaja de su sencilla formulación: el método de Gauss - Seidel, utilizado en el Código Wilson 63.

Se escribe la ecuación i-ésima del sistema de equilibrio para la entera estructura:

$$R_i = \sum_{e=1}^n K_{ie} \delta_e = K_{i1} \delta_1 + K_{i2} \delta_2 + \dots + K_{in} \delta_n$$

siendo " n " el número de nodos que conforman la estructura. También puede escribirse de las formas:

$$R_i = \sum_{e=1}^{i-1} K_{ie} \delta_e + \sum_{e=1}^n K_{ie} \delta_e$$

$$R_i = \sum_{e=1}^{i-1} K_{ie} \delta_e + K_{ii} \delta_i + \sum_{e=i+1}^n K_{ie} \delta_e$$

de la última de las cuales se obtiene:

$$\delta_i = K_{ii}^{-1} \left(R_i - \sum_{e=1}^{i-1} K_{ie} \delta_e - \sum_{e=i+1}^n K_{ie} \delta_e \right) \quad (7)$$

Se tendrán entonces " n " ecuaciones del tipo de la última escrita y aplicando la solución según el esquema iterativo, para el ciclo de iteración " s " se tendrá:

$$\delta_i^{s+1} = K_{ii}^{-1} \left(R_i - \sum_{e=1}^{i-1} K_{ie} \delta_e^{s+1} - \sum_{e=i+1}^n K_{ie} \delta_e^s \right)$$

Se observe que en este método iterativo de Gauss - Seidel, para el cálculo de la δ_i^{s+1} del ciclo " s " de iteración, ya se toman en cuenta (contrariamente a lo usual) los valores δ_e^{s+1} , de los nodos precedentes al i-ésimo, correspondiente ya el ciclo " s ".

Aunque sin demostrarlo se puede afirmar que la convergencia del método está siempre asegurada gracias a la naturaleza, positiva, de la matriz de rigidez global.

Aunque la convergencia es bastante rápida, puede aumentarse su rapidez mediante la aplicación de un coeficiente de extrapolación (β) de la forma siguiente:

$$\delta_i^{s+1} = \delta_i^s + \beta \Delta \delta_i^s \quad (8)$$

siendo $\Delta \delta_i^s$ la variación de δ_i obtenida en un ciclo de iteración y que se define como:

$$\Delta \delta_i^s = \delta_i^{s+1} - \delta_i^s$$

lo cual según la (7) puede escribirse como:

$$\Delta \delta_i^s = K_{ii}^{-1} \left(R_i - \sum_{e=1}^{i-1} K_{ie} \delta_e^{s+1} - \sum_{e=i}^n K_{ie} \delta_e^s \right) \quad (9)$$

El valor numérico de β que permite de obtener resultados óptimos depende del tipo de estructura en examen y de la naturaleza de las fuerzas aplicadas y manera de asignar las condiciones de contorno. En general los valores óptimos se sitúan en el rango de 1.80 a 1.95.

Adicionalmente, y con el mismo objeto de acelerar la convergencia se incluye en el proceso de inversión un " coeficiente de extrapolación

de grupo " a ser aplicado solamente cada cierto número (t) de iteraciones.

Después de " t " iteraciones, se asumen que $\alpha [\delta^t]$ representa una buena aproximación del resultado final del sistema de desplazamiento. Para calcular el valor de " α " es necesario considerar la energía del sistema sujeto a este set de desplazamientos.

La energía de las fuerzas externas es:

$$U_e = \alpha [\delta^t] [R]$$

La energía almacenada elásticamente dentro de los elementos del sistema será:

$$U_i = \alpha^2 [\delta^t]^T [K] [\delta^t]$$

e igualando las dos energías externa e interna se obtiene (α):

$$\alpha = \frac{[\delta^t] [R]}{[\delta^t]^T [K] [\delta^t]}$$

Entonces, antes de comenzar el sucesivo ciclo de iteración (t + 1) los desplazamientos se modifican de la manera siguiente:

$$[\delta^t]^* = \alpha [\delta^t]$$

Las operaciones de determinación de (α) por lo tanto representan, en términos de tiempo, algo similar a la ejecución de una iteración, con la diferencia que como se dijo esta operación debe ser realizada solamente una vez cada grupo de numerosos ciclos de iteración.

Resulta interesante también la interpretación física del procedimiento de inversión ilustrado para lo cual se hace referencia a la ecuación (9).

El término (k_{ii}^{-1}) representa la flexibilidad (lo inverso de la rigidez) del punto nodal " i ", o sea es el valor de los desplazamientos en el punto nodal debido a la actuación de componentes unitarios de fuerzas en el mismo nodo:

$$K_{ii}^{-1} = \begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{bmatrix}$$

La sumatoria de los términos de la ecuación (9), representan las fuerzas elásticas $\{ Q \}$ actuantes en el punto nodal " i " debido a las deformaciones de los lados de los elementos. La diferencia entre estas fuerzas elásticas y las cargas aplicadas externamente $\{ R \}$, representa las fuerzas desequilibradas, las cuales en forma de submatríz pueden escribirse:

$$\begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix}_i^{(s+1)} = \begin{Bmatrix} R_x \\ R_y \end{Bmatrix}_i - \begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix}_i^{s+1} \quad (10)$$

La ecuación (8) puede entonces reescribirse en forma de submatríz:

$$\begin{Bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \end{Bmatrix}_i^{(s+1)} = \begin{Bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \end{Bmatrix}_i^{(s)} + \beta \begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix}_i^{(s+1)} \quad (11)$$

Con β igual a uno, la aplicación de esta ecuación es físicamente equivalente a poner en libertad el nodo " i " permitiendo que este se mueva libremente a una nueva posición de equilibrio. Para β mayor que uno, el punto nodal se mueve más allá de su posición de equilibrio.

Es importante notar que cualquier valor de desplazamiento $\delta_i^{(0)}$, puede ser asumido para el primer ciclo de iteración.

Una buena selección de estos valores iniciales a ser asignados para los desplazamientos, puede acelerar la convergencia de la solución. De hecho si todos los desplazamientos fueron asumidos correctamente, las fuerzas resultantes desequilibradas de la ecuación (10) serían cero y no serían necesarias otras iteraciones.

En la práctica esto no ocurre y al comienzo del ciclo habrá fuerzas desequilibradas y el proceso de iteración se cumple cuando estas sean reducidas a un valor mínimo prefijado.

ESFUERZOS EN LOS NODOS

La formulación matemática del M.E.F., conlleva a la determinación del estado de esfuerzo en el interior de cada elemento. Ahora bien con el objeto de disponer del resultado numérico en un número más grande de puntos, para los fines de una más fácil y correcta interpretación de los resultados, resulta conveniente el cálculo de este estado de esfuerzos también para cada uno de los puntos nodales del modelo.

A tal propósito, se ha encontrado que los esfuerzos de los puntos nodales, corresponden en manera suficientemente exacta a los valores obtenidos por el promedio de los esfuerzos de los elementos conectados al punto nodal mismo; pero esto solamente para puntos nodales in

teriores. Al contrario, esta aproximación no resulta válida cuando es aplicada a puntos nodales pertenecientes a los bordes del modelo.

La experiencia también indica que las tres componentes del esfuerzo de un elemento, no representan el estado real de esfuerzos en todos los puntos dentro del elemento mismo. Por ejemplo, se considere el elemento típico mostrado en la figura 2. Debido a que los esfuerzos deben ser consistentes con los desplazamientos de los nodos, σ_x será una buena aproximación de los esfuerzos horizontales para el punto " A ", σ_y lo será de los esfuerzos verticales en el punto " B ", y τ_{xy} aproximará los esfuerzos de corte en algún punto " C " del interior del elemento.

En este caso especial, para el cálculo del estado de esfuerzo en el nodo " i ", es claro que la componente horizontal en " A " debe pesar más que la componente vertical en " B ". Por lo tanto se utiliza para el cálculo de los esfuerzos en los nodos, un método basado en medias ponderadas que puede reflejar este comportamiento.

En términos matemáticos, para el punto " i " del elemento " n " se obtiene:

$$\sigma_x = \frac{1}{S_x} \sum_n \frac{a^{(n)}}{a^{(n)} + b^{(n)}} \sigma_x^{(n)}$$

$$\sigma_y = \frac{1}{S_y} \sum_n \frac{b^{(n)}}{a^{(n)} + b^{(n)}} \sigma_y^{(n)}$$

$$\tau_{xy} = \frac{1}{N} \sum_n \tau_{xy}^{(n)}$$

donde:

$$a^{(n)} = [X_k^{(n)} + X_j^{(n)} - 2X_i]$$

$$b^{(n)} = [Y_k^{(n)} + Y_j^{(n)} - 2Y_i]$$

$$S_x = \Sigma \frac{a^{(n)}}{a^{(n)} + b^{(n)}} ; \quad S_y = \Sigma \frac{b^{(n)}}{a^{(n)} + b^{(n)}}$$

Las sumatorias son extendidas a todos los M elementos conectados al punto nodal " i " .

Es fácil constatar que este método da resultados bastante próximos a los obtenibles de una media directa entre los esfuerzos de los elementos que tienen el nodo en común, cuando este nodo es interno al modelo; mientras que, como ya se comentó, los resultados difieren sustancialmente en los nodos de contorno para los cuales no sería válida la simple media directa.

Una vez definido el vector esfuerzos (σ_{ij}) en los puntos nodales, es inmediata la obtención del correspondiente estado de deformaciones (ϵ_{ij}), a través de la ley constitutiva del material:

$$\{ \epsilon_{ij} \} = [D]^{-1} \{ \sigma_{ij} \}$$

CONDICIONES DE BORDE

La ecuación (11) tiene validez para todos los puntos nodales libres de moverse en cualquier dirección. Mientras para que esta ecuación pueda ser aplicada a los puntos nodales del contorno de la estructura, para los cuales existe alguna limitación en los movimientos (por la presencia de vínculos reales, condiciones de simetría, etc.), los coeficientes de flexibilidad deben ser modificados para tomar en cuenta el específico tipo de restricción que pueda existir.

Ahora bien, considerando que estos coeficientes de flexibilidad son independientes del ciclo de iteración, estas modificaciones pueden realizarse al comienzo del cálculo, antes del comienzo del proceso iterativo.

En la figura 3 se ilustran las fuerzas y desplazamientos asociados inmediatamente antes de comenzar un nuevo ciclo de iteración cuando el desplazamiento δ_i debe ser incrementado de la cantidad $\Delta \delta_i$ (ecuación 9).

En este caso se hace referencia a las condiciones de vínculo que pueda tener el nodo de moverse únicamente a lo largo de una línea que forma un ángulo \emptyset con el eje horizontal. Las fuerzas desequilibradas " X " y " Y " son las determinadas de la ecuación (10).

La reacción en el vínculo, en este caso incógnita, perpendicular a la línea (\emptyset), está representada por la " R ".

Aplicando la ecuación (9) a este punto nodal del borde, los desplazamientos $\Delta \delta_x$ y $\Delta \delta_y$ se expresan en la forma:

$$\begin{Bmatrix} \Delta \delta_x \\ \Delta \delta_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X - R \sin \emptyset \\ Y + R \cos \emptyset \end{Bmatrix}$$

Existiendo además la relación geométrica:

$$\Delta\delta_y = \Delta\delta_x \operatorname{tang} \emptyset$$

se obtiene, eliminando la incógnita " R ":

$$\Delta\delta_x = \frac{f_{xx} - \gamma f_{yx}}{1 - \gamma \operatorname{tang} \emptyset} X + \frac{f_{xy} - \gamma f_{xy}}{1 - \gamma \operatorname{tang} \emptyset} Y$$

en donde:

$$\gamma = \frac{f_{xx} \operatorname{tang} \emptyset - f_{xy}}{f_{xy} \operatorname{tang} \emptyset - f_{yy}}$$

Por lo tanto los coeficientes efectivos de flexibilidad a ser introducidos en la ecuación (11), para los puntos nodales con vínculos es tán dados por:

$$f_{xx}^* = (f_{xx} - \gamma f_{xy}) / (1 - \gamma \operatorname{tang} \emptyset)$$

$$f_{xy}^* = (f_{xy} - \gamma f_{yy}) / (1 - \gamma \operatorname{tang} \emptyset)$$

$$f_{yx}^* = \operatorname{tang} \emptyset f_{xx}^*$$

$$f_{yy}^* = \operatorname{tang} \emptyset f_{xy}^*$$

Para los casos límites se obtiene:

- nodo fijo ($\Delta\delta_x = \Delta\delta_y = 0$): $f_{xx}^* = f_{xy}^* = f_{yx}^* = f_{yy}^* = 0$

- nodo fijo en X ($\Delta\delta_x = 0$): $f_{yy}^* = f_{yy} - \frac{f_{xy} - f_{yx}}{f_{xx}}$

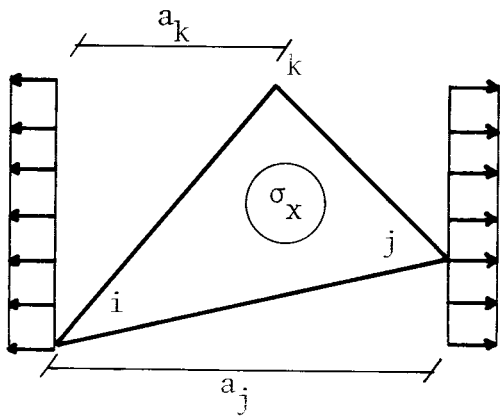
$$\text{- nodo fijo en Y(} \Delta\delta_y = 0 \text{) : } f_{xx}^* = f_{xx} - \frac{f_{yx} - f_{xy}}{f_{yy}}$$

siendo para estos dos últimos nulos los otros tres coeficientes.

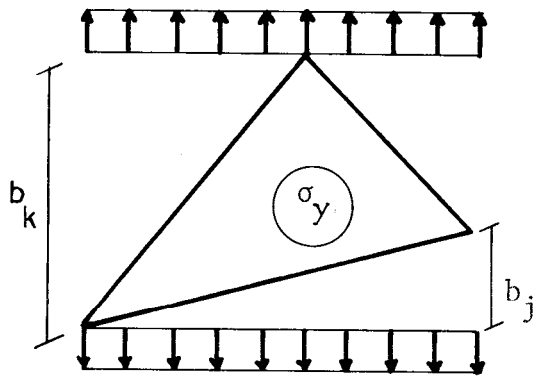
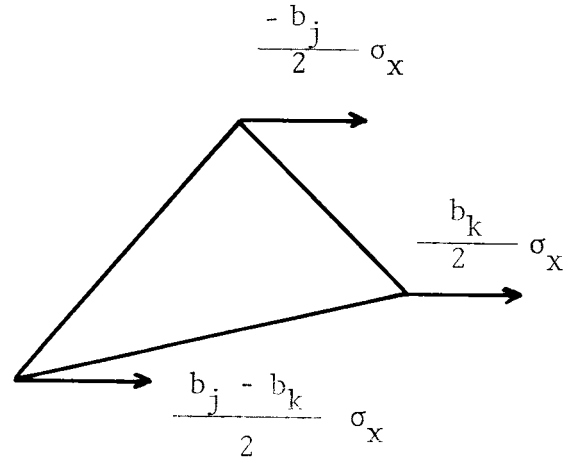
Para los casos en que las condiciones de borde estén dadas en términos de fuerzas, y no de desplazamientos, el procedimiento es prácticamente inmediato limitándose este a la introducción de fuerzas externas equivalentes en los nodos correspondientes.

Cuando se trata de cargas distribuidas en los lados de borde, aunque existen procedimientos más rigurosos, pueden sustituirse los esfuerzos con fuerzas nodales estáticamente equivalentes.

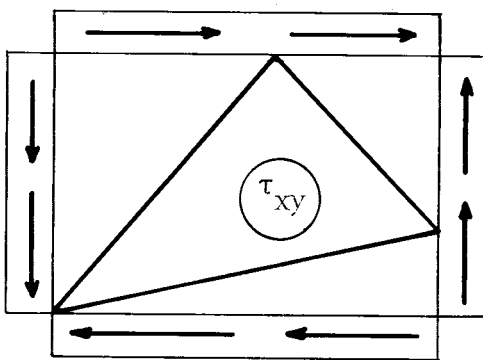
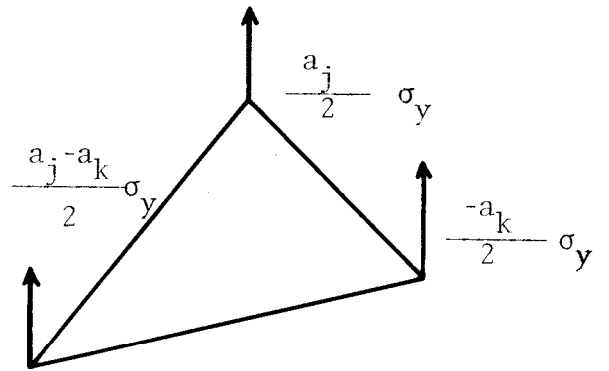
De igual manera para lo que se refiere a las fuerzas de volumen, específicamente el peso de la estructura, éstas se calculan directamente mediante el producto del área del elemento, por su espesor (normalmente unitario) y por el peso de volumen del material constituyente. Sucesivamente se hace la hipótesis simplificadora de que el peso del elemento se reparta en manera igual entre sus nodos correspondientes. Por lo tanto la fuerza peso total vertical, en cada punto nodal, es calculada como la suma de 1/3 de los pesos de todos los elementos que tienen en común el nodo mismo.



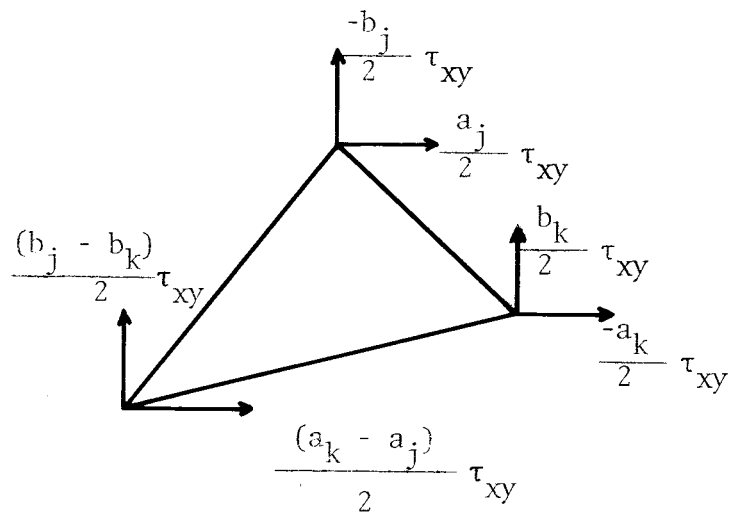
\approx



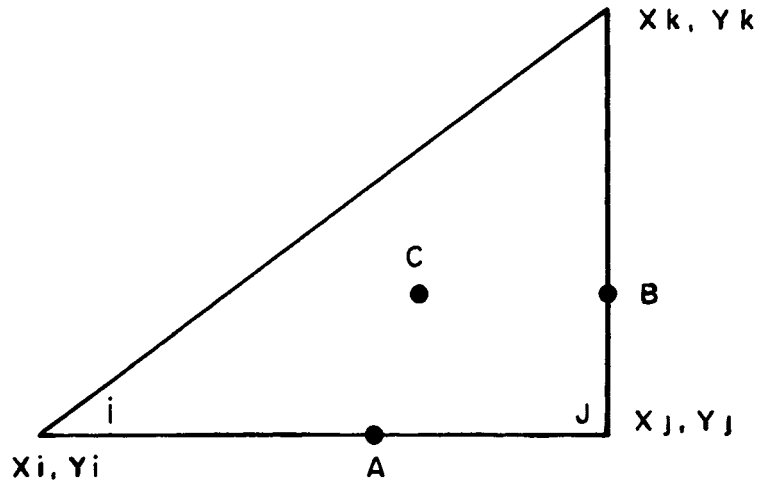
\approx



\approx

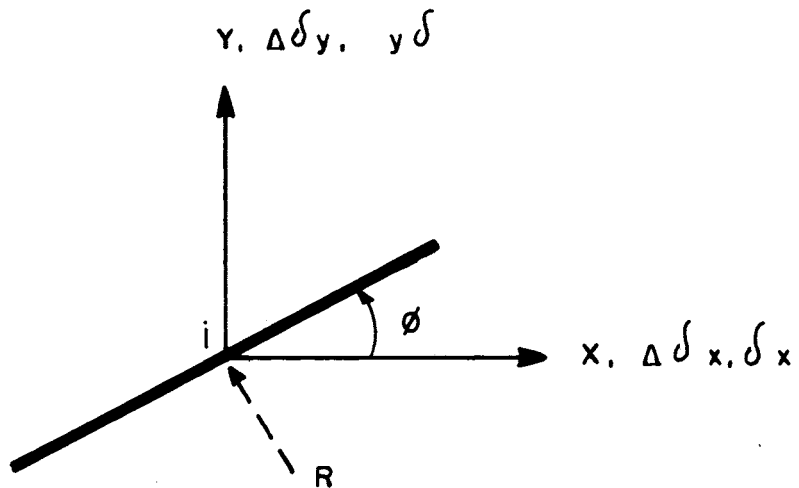


ESFUERZOS RESULTANTES EN LOS NODOS.



ELEMENTO TIPICO (D) CONECTADO AL NODO (i)

FIG-2-



PUNTO NODAL (i) GENERICO DE BORDE

FIG-3-

NOTA:

La Bibliografía principal y directa correspondiente a este número del boletín es:

* WILSON, E.L.

" Finite element analysis of two - dimensional structure ". Doctoral dissertation, University of California, Berkeley, 1963.

* BARLA, G.

" Meccanica delle rocce teoria e applicazioni " parte prima. Politecnico de Torino, 1972.

ANEXOS:

* Bibliografía del trabajo original de Wilson.

* Código WILSON - 63, modificado.

* Ejemplo # 1: Plancha rectangular.

* Ejemplo # 2: Túnel circular profundo.

BIBLIOGRAFIA (WILSON, 1963)

1. Crandall, Stephen H., "Engineering Analysis", McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1956.
2. McHenry, D., "A Lattice Analogy for the solution of Stress Problems", Journal, Institution of Civil Engineers, December 1943, pp. 59-82.
3. Grinter, L.E., "Statistical State of Stress Studied by Grid Analysis", Numerical methods of Analysis in Engineering, The Macmillan Company, New York, 1949 .
4. Hrennikoff, A., " Solution of Problems of Elasticity by the Framework Method", Journal of applied Mechanics, December 1941.
5. Turner, M. J., Clough, R. W., Martin, H. C., and Topp, L.J., "Stiffness and Deflection Analyses of Complex Structures", Journal of Aeronautical Sciences, Vol. 23, No 9, September 1956, p.805 .
6. Clough, R. W., " the Finite Element Method in Plane Stress Analysis", Proceedings, ASCE, 2nd Conference on Electronic Computation, Pittsburgh, Pa., September 1960 .
7. Argyris, J.H., "Energy Theorems and Structural Analysis", Aircraft Engineering, Vols. 26-27, October 1954 - May 1955.
8. Lehman, F.G., "Simultaneous Equations solved by Over-Relaxation", Proceedings, ASCE, 2nd Conference on Electronic Computation, Pittsburgh, Pa., September 1960.
9. Southwell, R. V., "Relaxation Methods in Engineering Science", Oxford University Press, 1940.
10. Temple, G., and Beckley, W. G., "Rayleigh's Principle and Its Application to Engineering", Oxford University Press, 1933.
11. Turner, M.J., Martin, H. C., and Weikel, R. C., " Further Development and applications of the Stiffness Method", AGARD, Structures and Materials Panel, Paris, France, July, 1962.
12. Clough, R. W., "The Stress Distributions of Norfolk Dam", Series 100, Issue 19, Institute of Engineering Research, University of California, Berkeley, California, August 1962.
13. Wilson, E.L., "Matrix Analysis of nonlinear Structures", Proceedings, ASCE 2nd Conference on Electronic Computation, Pittsburgh, Pa., September 1960.

14. Lave, A. E. H., "A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity", Dover Publications, New York.
15. Clough, R. W., and Raphael, J. M., "Stress Analysis in Non -Uniform Media by the Finite Element Method", Journal Report to Departament of Water Resource, California, University of California, Berkeley, California, March 1963.
16. Wilson, E. L., and Clough, R.W., "Dynamic Response by Step-by-Step Matrix Analysis", Symposium on Use of Computers in Civil Engineering, Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, Lisbon, Portugal, October 1.962.

CODIGO " WILSON 63 " (MODIFICADO)

* DIAGRAMA DE BLOQUES SIMPLIFICADO

* LISTADO DEL PROGRAMA EN LENGUAJE: FORTRAN IV

* COMENTARIOS ACLARATORIOS

START

LEE LOS DATOS QUE DESCRIBEN LA GEOMETRIA,
PROPIEDADES ELASTICAS Y FUERZAS DE LA ES-
TRUCTURA EQUIVALENTE.

FORMA LAS MATRICES DE RIGIDEZ DE CADA
UNO DE LOS ELEMENTOS.

SUPERPONE LAS MATRICES DE RIGIDEZ DE CA-
DA UNO DE LOS ELEMENTOS Y OBTIENE LA MA-
TRIZ DE RIGIDEZ DE LA ESTRUCTURA

INTRODUCE LAS CONDICIONES
AL CONTORNO

RESUELVE EL SISTEMA DE LAS ECUACIONES DE EQUILIBRIOS MEDIANTE
EL METODO ITERATIVO DE GAUSS - SEIDEL Y OBTIENE LOS DESPLAZA-
MIENTOS.

DETERMINA LAS TENSIONES

ESCRIBE TENSIONES Y DESPLA-
ZAMIENTOS.

STOP

W I L S O N
 = = = = =

FILE	1(KIND=READER)	C	00000001
FILE	3(KIND=PRINTER)	C	00000002
C	*****	C	00000001
C	*****	C	00000002
C	* UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA *	C	00000003
C	* FACULTAD DE INGENIERIA *	C	00000004
C	* ESCUELA DE GEOLOGIA, MINAS Y GEOFISICA *	C	00000005
C	* DEPARTAMENTO DE MINAS *	C	00000006
C	* CATEDRA DE "MECANICA DE ROCAS" *	C	00000007
C	*****	C	00000008
C	*****	C	00000009
C	*****	C	00000010
C	*****	C	00000011
C	PROGRAMA PARA LA SOLUCION DE ESTRUCTURAS ELASTICAS PLANAS	C	00000012
C	***--WILSON-63--***	C	00000013
C	METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS CON ELEMENTOS PLANOS TRIANGULARES	C	00000014
C	CONDICIONES DE DEFORMACION PLANA O ESFUERZO PLANO	C	00000015
C	*****	C	00000016
C	*****	C	00000017
C	*****	C	00000018
C	MAXIMO NUMERO DE ELEMENTOS ==400-	C	00000019
C	MAXIMO NUMERO DE PUNTOS NODALES ==250-	C	00000020
C	MAXIMO NUMERO DE PUNTOS DE BORDE ==30-	C	00000021
C	MAXIMO NUMERO DE PUNTOS ADYACENTES A UN MISMO NODO ==8-	C	00000022
C	DSX = DESPLAZAMIENTO A LO LARGO DE LA DIRECCION X	C	00000023
C	DSY = DESPLAZAMIENTO A LO LARGO DE LA DIRECCION Y	C	00000024
C	ET(N) = MODULO ELASTICO DEL ELEMENTO N	C	00000025
C	NCPIN = NO. DE CICLOS ENTRE UNA IMPRESION Y LA SIGUIENTE	C	00000026
C	NCYCM = NO. DE CICLOS DE ITERACION (GAUSS - SEIDEL)	C	00000027
C	NOPIN = NO. DEL CICLO DE LA PRIMERA IMPRESION DE LOS RESULTADOS	C	00000028
C	NUMNP = NO. DE PUNTOS NODALES	C	00000029
C	NPI(N) = NO. DEL NODO I DEL ELEMENTO N	C	00000030
C	NPJ(N) = NO. DEL NODO J DEL ELEMENTO N	C	00000031
C	NPK(N) = NO. DEL NODO K DEL ELEMENTO N	C	00000032
C	NUMEL = NO. DE ELEMENTOS	C	00000033
C	RO(N) = DENSIDAD DEL ELEMENTO N	C	00000034
C	SIGXX = TENSION EN LA DIRECCION X	C	00000035
C	SIGYY = TENSION EN LA DIRECCION Y	C	00000036
C	SIGXY = TENSION TANGENCIAL	C	00000037
C	SLOPE = ANGULO DE INCLINACION RESPECTO A LA HORIZONTAL	C	00000038
C	TOLER = LIMITE DE CONVERGENCIA	C	00000039
C	XFAC = FACTOR DE EXTRAPOLACION	C	00000040
C	XLOAD = COMPONENTE EN X DE LAS CARGAS	C	00000041
C	XORD(M) = COORDENADA X DEL NODO M	C	00000042
C	XU(N) = RELACION DE POISSON DEL ELEMENTO N	C	00000043
C	YLOAD = COMPONENTE EN Y DE LAS CARGAS	C	00000044
C	YORD(M) = COORDENADA Y DEL NODO M	C	00000045
C	*****	C	00000046
C	*****	C	00000047
C	LA CONVENCION DE SIGNOS DE LAS TENSIONES SON LAS SIGUIENTES	C	00000048
C	- COMPRESION	C	00000049
C	+ TRACCION	C	00000050
C	DATOS DE ENTRADA (6I4,2F12.5,I1,I5)	C	00000051
C	COLUMNA	C	

C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C

NFIX=2 EL PUNTO SE MUEVE HORIZONTALMENTE SI EL SLOPE = 0
NFIX=2 EL PUNTO SE MUEVE A LO LARGO DE UNA RECTA
SLOPE INCLINACION DEL CONTORNO RESPECTO A LA HORIZONTAL

TIEMPO DE CALCULO REQUERIDO POR EL PROGRAMA APROXIMADAMENTE
TIEMPO = 0.006 * N * M
DONDE N = NUMERO DE PUNTOS NODALES
M = NUMERO DE CICLOS DE ITERACION

COMIENZO DEL PROGRAMA

00000102 C
00000103 C
00000104 C
00000105 C
00000106 C
00000107 C
00000108 C
00000109 C
00000110 C
00000111 C
00000112 C
00000113 C
00000114 C
00000115 C

C
C
C

```

INTEGER TIPO,ERROR
DIMENSION NPNUM(400),XORD(400),YORD(400),TITULO(20),
1DSX(400),DSY(400),XLOAD(400),YLOAD(400),NP(400,10),SXX(400,9),
2SXY(400,9),SYX(400,9),SYY(400,9),NAP(400)
DIMENSION NUME(400),NPI(400),NPJ(400),NPK(400),ET(400),XU(400),
1RO(400),AJ(400),BJ(400),AK(400),BK(400),SIGXX(400),SIGYY(400),
2SIGXY(400),SLOPE(30),CDX(400),CDY(400)
DIMENSION NPB(30),NPIX(30),LM(3),A(6,6),B(6,6),S(6,6)
EQUIVALENCE (SIGYY,NPIX),(SIGXY,SLOPE)
  
```

```

C SI IPUNCH=1 PERFORA DATOS DE SALIDA PARA EL PLOTTER
C SI IPUNCH=0 LA SALIDA ES POR LA IMPRESORA
LAPEL=60
  
```

C
C
C

LECTURA E IMPRESION DE DATOS INTRODUCIDOS

```

WRITE(IUN2,901)
READ(IUN1,902) TITULO
WRITE(IUN2,903) TITULO
READ(IUN1,1,END=1000) NUMEL, NUMNP, NUMBC, NCPIN, NOPIN, NCYCH, TOLER,
1XFAC, T1, TIPO
WRITE(IUN2,101) NUMEL
WRITE(IUN2,102) NUMNP
WRITE(IUN2,103) NUMBC
WRITE(IUN2,104) NCPIN
WRITE(IUN2,105) NOPIN
WRITE(IUN2,106) NCYCH
WRITE(IUN2,107) TOLER
WRITE(IUN2,108) XFAC
IF(TIPO) 31,32,31
32 WRITE(IUN2,508)
GO TO 18
31 WRITE(IUN2,509)
18 DO 25 N=1,NUMEL
READ(IUN1,2,END=1000) NUME(N), NPI(N), NPJ(N), NPK(N), RO(N), XU(N), ET(N
1)
IF(N-1) 19,25,19
19 IF(RO(N)) 704,20,21
21 IF(XU(N)) 704,23,22
22 IF(ET(N)) 704,24,25
20 RO(N)=RO(N-1)
GO TO 21
23 XU(N)=XU(N-1)
GO TO 22
24 ET(N)=ET(N-1)
  
```

00000116	C	002:0000:0
00000117	C	002:0000:0
00000118	C	002:0000:0
00000119	C	002:0000:0
00000120	C	002:0000:0
00000121	C	002:0000:0
00000122	C	002:0000:0
00000123	C	002:0000:0
00000124	C	002:0000:0
00000125	C	002:0000:0
00000126	C	002:0000:0
00000127	C	002:0000:0
00000128	C	002:0000:0
00000129	C	002:0000:4
00000130	C	002:0001:3
00000131	C	002:0002:2
00000132	C	002:0003:0
00000133	C	002:0003:0
00000134	C	002:0003:0
00000135	C	002:0003:5
00000136	C	002:0003:5
00000137	C	002:0003:5
00000138	C	002:0003:5
00000139	C	002:0010:2
00000140	C	002:001F:2
00000141	C	002:002E:2
00000142	C	002:0047:0
00000143	C	002:0050:0
00000144	C	002:005E:2
00000145	C	002:006D:2
00000146	C	002:007C:2
00000147	C	002:008B:2
00000148	C	002:009A:2
00000149	C	002:00A9:2
00000150	C	002:00B8:2
00000151	C	002:00C7:2
00000152	C	002:00C8:3
00000153	C	002:00D4:2
00000154	C	002:00D4:5
00000155	C	002:00E1:2
00000156	C	002:00E2:0
00000157	C	002:00FE:4
00000158	C	002:0105:0
00000159	C	002:0106:1
00000160	C	002:0109:4
00000161	C	002:010D:1
00000162	C	002:0111:1
00000163	C	002:0113:4
00000164	C	002:0114:1
00000165	C	002:0116:4
00000166	C	002:0117:1

```

25 CONTINUE
DO 1 N=1,NUMNP
XLOAD(N)=0.
30 YLOAD(N)=0.
L=0
60 READ(IUN1,3)M,XORD(M),YORD(M),XLOAD(M),YLOAD(M)
NL=L+1
ZX=M-L
IF(L)707,70,707
707 CONTINUE
DXX=(XORD(M)-XORD(L))/ZX
DYY=(YORD(M)-YORD(L))/ZX
70 L=L+1
IF(M-L)337,90,80
337 WRITE(IUN2,713)M
80 XORD(L)=XORD(L-1)+DXX
YORD(L)=YORD(L-1)+DYY
NPNUM(L)=L
GO TO 70
90 NPNUM(L)=L
IF(NUMNP-M)703,327,60
327 IF(T1)160,155,160
155 MPRINT=0
DO 63 N=1,NUMEL
IF(MPRINT) 61,62,61
62 WRITE(IUN2,110)
MPRINT=LAPEL
61 MPRINT=MPRINT-1
63 WRITE(IUN2,6) NUME(N),NPI(N),NPJ(N),NPK(N),ET(N),RO(N),XU(N)
IF(TIPO)25,27,26
27 DO 28 N=1,NUMEL
ET(N)=ET(N)/(1-XU(N)**2)
XU(N)=XU(N)/(1-XU(N))
28 CONTINUE
26 MPRINT=0
DO 64 M=1,NUMNP
IF(MPRINT) 65,66,65
66 WRITE(IUN2,111)
MPRINT=LAPEL
65 MPRINT=MPRINT-1
64 WRITE(IUN2,109) NPNUM(M),XORD(M),YORD(M),XLOAD(M),YLOAD(M)
C
IF(IPUNCH.EQ.0) GO TO 160
DO 8001 M=1,NUMNP
8001 WRITE(IUN3,8000) NPNUM(M),XORD(M),YORD(M)
8000 FORMAT(15,2F10.2)
C
INICIALIZACION DE VARIABLES
C
160 NCYCL=0
NUMPT=NCP IN

```

```

00000167 C 002:0119:
00000168 C 002:011B:
00000169 C 002:011D:0
00000170 C 002:011E:3
00000171 C 002:0122:1
00000172 C 002:0122:5
00000173 C 002:013E:2
00000174 C 002:013F:4
00000175 C 002:0141:0
00000176 C 002:0142:1
00000177 C 002:0142:1
00000178 C 002:0145:2
00000179 C 002:0148:3
00000180 C 002:0149:5
00000181 C 002:014D:1
00000182 C 002:015C:2
00000183 C 002:015F:2
00000184 C 002:0162:2
00000185 C 002:0164:0
00000186 C 002:0164:3
00000187 C 002:0166:1
00000188 C 002:016A:0
00000189 C 002:016B:1
00000190 C 002:016B:5
00000191 C 002:016D:0
00000192 C 002:016E:1
00000193 C 002:017A:2
00000194 C 002:017B:1
00000195 C 002:017C:3
00000196 C 002:019B:3
00000197 C 002:019C:4
00000198 C 002:019E:0
00000199 C 002:01A1:3
00000200 C 002:01A4:4
00000201 C 002:01A6:5
00000202 C 002:01A7:3
00000203 C 002:01A9:0
00000204 C 002:01AA:1
00000205 C 002:01B6:2
00000206 C 002:01B7:1
00000207 C 002:01B8:3
00000208 C 002:01D2:3
00000209 C 002:01D2:3
00000210 C 002:01D3:4
00000211 C 002:01D5:0
00000212 C 002:01EA:3
00000213 C 002:01EA:3
00000214 C 002:01EA:3
00000215 C 002:01EA:3
00000216 C 002:01EB:1

```

```

NUMC=NOPI
DO 5 L=1,NUMNP
DSX(L)=0.0
DSY(L)=0.0
DO 170 M=1,9
SXX(L,M)=0.0
SXY(L,M)=0.0
SYX(L,M)=0.0
SYY(L,M)=0.0
170 NP(L,M)=0
NP(L,10)=0
175 NP(L,1)=L

```

INTRODUCCION DE LAS CARGAS Y DIMENSIONES DE LOS ELEMENTOS

```

DO 180 N=1,NUMEL
ET(N)=ABS(ET(N))
I=NPI(N)
J=NPJ(N)
K=NPK(N)
AJ(N)=0.0
AK(N)=0.0
BJ(N)=0.0
BK(N)=0.0
AJ(N)=(XORD(J)-XORD(I))
BJ(N)=(YORD(J)-YORD(I))
AK(N)=(XORD(K)-XORD(I))
BK(N)=(YORD(K)-YORD(I))
AREA=(AJ(N)*BK(N))/2-(BJ(N)*AK(N))/2
IF(AREA)701,701,177
177 DL=((AREA*RD(N))/3.)
YLOAD(I)=YLOAD(I)-DL
YLOAD(J)=YLOAD(J)-DL
YLOAD(K)=YLOAD(K)-DL
GO TO 180
701 WRITE(IUN2,711)N
ISTOP=1
180 CONTINUE
IF(ISTOP.EQ.1)GO TO 441

```

FORMACION DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ

```

DO 200 N=1,NUMEL
I=NPI(N)
J=NPJ(N)
K=NPK(N)
AREA=(AJ(N)*BK(N)-AK(N)*BJ(N))*0.5
COMM=.25*ET(N)/((1.-XU(N)**2)*AREA)

```

```

00000217 C 002:01EC:
00000218 C 002:01EC:
00000219 C 002:01EE:0
00000220 C 002:01EF:3
00000221 C 002:01F1:0
00000222 C 002:01F2:0
00000223 C 002:01F5:0
00000224 C 002:01F8:0
00000225 C 002:01FB:0
00000226 C 002:01FE:0
00000227 C 002:0203:1
00000228 C 002:0205:0
00000229 C 002:0208:5
00000230 C 002:0208:5
00000231 C 002:0208:5
00000232 C 002:0208:5
00000233 C 002:0208:5
00000234 C 002:0208:5
00000235 C 002:020A:0
00000236 C 002:020C:0
00000237 C 002:020D:3
00000238 C 002:020F:0
00000239 C 002:0210:3
00000240 C 002:0212:0
00000241 C 002:0213:3
00000242 C 002:0215:0
00000243 C 002:0216:3
00000244 C 002:021A:0
00000245 C 002:021D:3
00000246 C 002:0221:0
00000247 C 002:0224:3
00000248 C 002:022A:3
00000249 C 002:022B:2
00000250 C 002:022D:5
00000251 C 002:0230:0
00000252 C 002:0232:1
00000253 C 002:0234:2
00000254 C 002:0234:5
00000255 C 002:0243:2
00000256 C 002:0244:0
00000257 C 002:0246:1
00000258 C 002:0247:2
00000259 C 002:0247:2
00000260 C 002:0247:2
00000261 C 002:0247:2
00000262 C 002:0248:0
00000263 C 002:0249:3
00000264 C 002:024B:0
00000265 C 002:024C:3
00000266 C 002:0253:4

```

```

A(1,1)=BJ(N)-BK(N)
A(1,2)=0.0
A(1,3)=BK(N)
A(1,4)=0.0
A(1,5)=-BJ(N)
A(1,6)=0.0
A(2,1)=0.0
A(2,2)=AK(N)-AJ(N)
A(2,3)=0.0
A(2,4)=-AK(N)
A(2,5)=0.0
A(2,6)=AJ(N)
A(3,1)=AK(N)-AJ(N)
A(3,2)=BJ(N)-BK(N)
A(3,3)=-AK(N)
A(3,4)=BK(N)
A(3,5)=AJ(N)
A(3,6)=-BJ(N)
B(1,1)=COMM
B(1,2)=COMM*XU(N)
B(1,3)=0.0
B(2,1)=COMM*XU(N)
B(2,2)=COMM
B(2,3)=0.0
B(3,1)=0.0
B(3,2)=0.0
B(3,3)=COMM*(1.-XU(N))*0.5

```

DETERMINACION DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE LA ESTRUCTURA

```

DO 182 J=1,6
DO 182 I=1,3
  S(I,J)=0.0
DO 182 K=1,3
182 S(I,J)=S(I,J)+B(I,K)*A(K,J)
DO 183 J=1,6
DO 183 I=1,3
183 B(J,I)=S(I,J)
DO 184 J=1,6
DO 184 I=1,6
  S(I,J)=0.0
DO 184 K=1,3
184 S(I,J)=S(I,J)+B(I,K)*A(K,J)
LM(1)=NPI(N)
LM(2)=NPJ(N)
LM(3)=NPK(N)
DO 200 L=1,3
DO 200 M=1,3
  LX=LM(L)
  MX=0

```

```

00000267 C 002:0259:
00000268 C 002:025C:
00000269 C 002:025D:1
00000270 C 002:025F:1
00000271 C 002:0260:2
00000272 C 002:0262:3
00000273 C 002:0263:4
00000274 C 002:0264:4
00000275 C 002:0267:5
00000276 C 002:0269:0
00000277 C 002:0268:1
00000278 C 002:026C:2
00000279 C 002:026E:2
00000280 C 002:0271:3
00000281 C 002:0274:4
00000282 C 002:0276:5
00000283 C 002:0278:5
00000284 C 002:027A:5
00000285 C 002:027D:0
00000286 C 002:027E:1
00000287 C 002:0280:4
00000288 C 002:0281:5
00000289 C 002:0284:1
00000290 C 002:0285:3
00000291 C 002:0286:4
00000292 C 002:0287:5
00000293 C 002:0289:0
00000294 C 002:028D:2
00000295 C 002:028D:2
00000296 C 002:028D:2
00000297 C 002:028D:2
00000298 C 002:028E:0
00000299 C 002:028F:0
00000300 C 002:0291:4
00000301 C 002:0293:0
00000302 C 002:02A1:0
00000303 C 002:02A2:0
00000304 C 002:02A3:0
00000305 C 002:02AC:0
00000306 C 002:02AD:0
00000307 C 002:02AE:0
00000308 C 002:02B0:4
00000309 C 002:02B2:0
00000310 C 002:02C0:0
00000311 C 002:02C1:5
00000312 C 002:02C3:4
00000313 C 002:02C5:4
00000314 C 002:02C7:0
00000315 C 002:02C8:0
00000316 C 002:02C9:3

```

C
C
C


```

185 MX=MX+1
    IF ( (LX, MX) - LM(M) ) 190, 195, 190
190 IF ( NP(LX, MX) ) 185, 195, 185
195 NP(LX, MX) = LM(M)
    IF ( MX - 10 ) 196, 702, 702
196 SXX(LX, MX) = SXX(LX, MX) + S(2*L-1, 2*M-1)
    SXY(LX, MX) = SXY(LX, MX) + S(2*L-1, 2*M)
    SYX(LX, MX) = SYX(LX, MX) + S(2*L, 2*M-1)
C
C
C
CONTEO DE LOS PUNTOS NODALES ADYACENTES
C
C
200 SYY(LX, MX) = SYY(LX, MX) + S(2*L, 2*M)
    DO 206 M=1, NUMNP
    MX=1
205 MX=MX+1
    IF ( NP(M, MX) ) 206, 206, 205
206 NAP(M) = MX-1
C
C
C
INVERSION DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ
C
C
C
DO 210 M=1, NUMNP
COMM = SXX(M, 1) * SYY(M, 1) - SXY(M, 1) * SYX(M, 1)
SYY(M, 1) = SXX(M, 1) / COMM
SXX(M, 1) = SYY(M, 1) / COMM
SXY(M, 1) = -SXY(M, 1) / COMM
210 SYX(M, 1) = -SYX(M, 1) / COMM
C
C
C
DETERMINACION Y VERIFICACION DE LAS CONDICIONES DE CONTORNO
C
C
C
READ(IUN1, 4, END=1000) (NPB(L), NFIX(L), SLOPE(L), L=1, NUMBC)
WRITE(IUN2, 112)
WRITE(IUN2, 113)
WRITE(IUN2, 14) (NPB(L), NFIX(L), SLOPE(L), L=1, NUMBC)
DO 240 L=1, NUMBC
M = NPB(L)
NP(M, 1) = 0
IF ( NFIX(L) - 1 ) 225, 220, 215
215 C = (SXX(M, 1) * SLOPE(L) - SXY(M, 1)) / (SYX(M, 1) * SLOPE(L) - SYY(M, 1))
    R = 1. - C * SLOPE(L)
    SXX(M, 1) = (SXX(M, 1) - C * SYX(M, 1)) / R
    SXY(M, 1) = (SXY(M, 1) - C * SYY(M, 1)) / R
    SYX(M, 1) = SXX(M, 1) * SLOPE(L)
    SYY(M, 1) = SXY(M, 1) * SLOPE(L)
    GO TO 240
220 SYY(M, 1) = SYY(M, 1) - SYX(M, 1) * SXY(M, 1) / SXX(M, 1)
    GO TO 230
225 SYY(M, 1) = 0.0
230 SXX(M, 1) = 0.0
235 SXY(M, 1) = 0.0
    SYX(M, 1) = 0.0

```

```

00000317 C 002:02CA:
00000318 C 002:02CB:
00000319 C 002:02CF:2
00000320 C 002:02D2:4
00000321 C 002:02D6:3
00000322 C 002:02D7:5
00000323 C 002:02D0:5
00000324 C 002:02E3:5
00000325 C 002:02E9:5
00000326 C 002:02E9:5
00000327 C 002:02E9:5
00000328 C 002:02E9:5
00000329 C 002:02F6:2
00000330 C 002:02F7:0
00000331 C 002:02F7:4
00000332 C 002:02F9:0
00000333 C 002:02FC:0
00000334 C 002:0300:2
00000335 C 002:0300:2
00000336 C 002:0300:2
00000337 C 002:0300:2
00000338 C 002:0301:0
00000339 C 002:0306:0
00000340 C 002:0308:5
00000341 C 002:0308:4
00000342 C 002:030E:0
00000343 C 002:0312:3
00000344 C 002:0312:3
00000345 C 002:0312:3
00000346 C 002:0312:3
00000347 C 002:032E:0
00000348 C 002:033A:2
00000349 C 002:0346:2
00000350 C 002:035E:2
00000351 C 002:035F:0
00000352 C 002:0360:3
00000353 C 002:0361:4
00000354 C 002:0365:3
00000355 C 002:036C:5
00000356 C 002:036F:1
00000357 C 002:0373:0
00000358 C 002:0376:5
00000359 C 002:037A:2
00000360 C 002:037D:5
00000361 C 002:037E:2
00000362 C 002:0383:3
00000363 C 002:0384:0
00000364 C 002:0385:3
00000365 C 002:0387:0
00000366 C 002:0388:3

```

```

C
240 CONTINUE
C
243 WRITE(IUN2,119)
244 SUM=0.0
    I22=0
    DO 290 M=1,NUMNP
      NUM=NAP(M)
275 FRX=XLOAD(M)
      IF(SXX(M,1)+SYY(M,1))275,290,275
      FRY=YLOAD(M)
      DO 280 L=2,NUM
        N=NP(M,L)
        FRX=FRX-SXX(M,L)+DSX(N)-SXY(M,L)+DSY(N)
280 FRY=FRY-SYX(M,L)+DSX(N)-SYY(M,L)+DSY(N)
        DX=SXX(M,1)*FRX+SXY(M,1)*FRY-DSX(M)
        DY=SYX(M,1)*FRX+SYY(M,1)*FRY-DSY(M)
        DSX(M)=DSX(M)+XFAC*DX
        DSY(M)=DSY(M)+XFAC*DY
        IF(NP(M,1))285,290,285
285 SUM=SUM+ABS(DX/SXX(M,1))+ABS(DY/SYY(M,1))
290 CONTINUE
C
      CONTADOR DEL NUMERO DE ITERACIONES E IMPRESION
C
      NCYCL=NCYCL+1
      IF(NCYCL-NUMPT)305,300,300
300 NUMPT=NUMPT+NCPIN
      I22=1
      WRITE(IUN2,120)NCYCL,SUM
305 IF(SUM-TOLER)400,400,310
310 IF(NCYCL-NCYCL)400,400,315
315 IF(NCYCL-NUMOP)244,320,320
320 NUMOP=NUMOP+NOPIN
C
      IMPRESION DE LOS DESPLAZAMIENTOS Y DE LAS TENSIONES
C
400 IF(I22.EQ.0) WRITE(IUN2,120) NCYCL,SUM
      MPRINT=0
      DO 500 M=1,NUMNP
        IF(MPRINT) 501,502,501
502 WRITE(IUN2,121)
        MPRINT=LAPL
501 MPRINT=MPRINT-1
500 WRITE(IUN2,122) NPNUM(M),DSX(M),DSY(M)
        MPRINT=0
        DO 510 L=1,NUMNP
          CDX(L)=XORD(L)+DSX(L)
          CDY(L)=YORD(L)+DSY(L)
          IF(MPRINT) 511,512,511

```

```

00000367 C 002:038A:
00000368 C 002:038C:
00000369 C 002:038C:1
00000370 C 002:038C:1
00000371 C 002:0398:2
00000372 C 002:0399:0
00000373 C 002:0399:4
00000374 C 002:039B:0
00000375 C 002:039C:3
00000376 C 002:039E:0
00000377 C 002:03A1:2
00000378 C 002:03A2:5
00000379 C 002:03A4:0
00000380 C 002:03A7:0
00000381 C 002:03AF:3
00000382 C 002:03BA:1
00000383 C 002:03BF:0
00000384 C 002:03C3:5
00000385 C 002:03C6:3
00000386 C 002:03C9:1
00000387 C 002:03CB:0
00000388 C 002:03CF:5
00000389 C 002:03D2:0
00000390 C 002:03D2:0
00000391 C 002:03D2:0
00000392 C 002:03D2:0
00000393 C 002:03D3:2
00000394 C 002:03D4:2
00000395 C 002:03D5:5
00000396 C 002:03D6:3
00000397 C 002:03E6:2
00000398 C 002:03E7:4
00000399 C 002:03E9:0
00000400 C 002:03EA:2
00000401 C 002:03EB:5
00000402 C 002:03EB:5
00000403 C 002:03EB:5
00000404 C 002:03EB:5
00000405 C 002:03FD:2
00000406 C 002:03FE:0
00000407 C 002:03FF:0
00000408 C 002:0400:1
00000409 C 002:040C:2
00000410 C 002:040D:1
00000411 C 002:040E:3
00000412 C 002:0424:3
00000413 C 002:0425:1
00000414 C 002:0426:0
00000415 C 002:0429:3
00000416 C 002:042D:0

```

```

512 WRI (IUN2,513)
MPRINT=LAPEL-4
511 MPRINT=MPRINT-1
WRITE (IUN2,514) L,CDX(L),CDY(L)
IF (IPUNCH.EQ.0) GO TO 510
WRITE (IUN3,9032) L,CDX(L),CDY(L)
510 CONTINUE
9032 FORMAT (I5,2F15.6)
9031 MPRINT=0
DO 420 N=1,NUMEL
I=NPI(N)
J=NPJ(N)
K=NPK(N)
XXX=(XORD(I)+XORD(J)+XORD(K))/3.0
YYY=(YORD(I)+YORD(J)+YORD(K))/3.0
EPX=(BJ(N)-BK(N))*DSX(I)+BK(N)*DSX(J)-BJ(N)*DSX(K)
EPY=(AK(N)-AJ(N))*DSY(I)-AK(N)*DSY(J)+AJ(N)*DSY(K)
GAM=(AK(N)-AJ(N))*DSX(I)-AK(N)*DSX(J)+AJ(N)*DSX(K)
1+(BJ(N)-BK(N))*DSY(I)+BK(N)*DSY(J)-BJ(N)*DSY(K)
COMM=ET(N)/((1.-XU(N)**2)*(AJ(N)*BK(N)-AK(N)*BJ(N)))
X=COMM*(EPX+XU(N)*EPY)
Y=COMM*(EPY+XU(N)*EPX)
XY=COMM*GAM*(1.-XU(N))*0.5
SIGXX(N)=X
SIGYY(N)=Y
SIGXY(N)=XY
C=(X+Y)/2.0
R=SQRT(((Y-X)/2.0)**2+XY**2)
P1=1.
XMAX=(C+R)/P1
XMIN=(C-R)/P1
TAUM=(XMAX-XMIN)/2.
PA=0.5*57.29578*ATAN(2.*XY/(Y-X))
IF(2.*X-((XMAX+XMIN)*P1))405,421,421
405 IF(PA)410,421,415
410 PA=PA+90.0
GO TO 421
415 PA=PA-90.0
421 IF (IPUNCH.EQ.0) GO TO 8421
WRITE (IUN3,9033) NUME(N),XXX,YYY,XMAX,XMIN,TAUM,PA
9033 FORMAT (I5,2F7.2,3F12.5,F9.5)
8421 IF (MPRINT) 503,504,503
504 WRITE (IUN2,123)
MPRINT=LAPEL
503 MPRINT=MPRINT-1
420 WRITE (IUN2,124) NUME(N),XXX,YYY,X,Y,XY,XMAX,XMIN,TAUM,PA
MPRINT=0
DO 900 M=1,NUMNP
X=0.0
Y=0.0

```

```

00000417 C 002:042E:
00000418 C 002:043A:
00000419 C 002:043B:5
00000420 C 002:043D:1
00000421 C 002:0450:2
00000422 C 002:0451:3
00000423 C 002:0464:2
00000424 C 002:0466:3
00000425 C 002:0466:3
00000426 C 002:0467:1
00000427 C 002:0468:0
00000428 C 002:0469:3
00000429 C 002:0468:0
00000430 C 002:046C:3
00000431 C 002:0470:5
00000432 C 002:0475:1
00000433 C 002:047D:4
00000434 C 002:0486:1
00000435 C 002:048D:5
00000436 C 002:0496:5
00000437 C 002:049E:5
00000438 C 002:04A1:3
00000439 C 002:04A4:3
00000440 C 002:04A8:4
00000441 C 002:04AA:2
00000442 C 002:04AC:0
00000443 C 002:04AD:4
00000444 C 002:04AF:3
00000445 C 002:0483:1
00000446 C 002:0483:5
00000447 C 002:0485:4
00000448 C 002:0487:3
00000449 C 002:0489:2
00000450 C 002:04C0:2
00000451 C 002:04C3:1
00000452 C 002:04C5:3
00000453 C 002:04C6:5
00000454 C 002:04C7:2
00000455 C 002:04C8:4
00000456 C 002:04C9:5
00000457 C 002:04E2:2
00000458 C 002:04E2:2
00000459 C 002:04E3:3
00000460 C 002:04EF:2
00000461 C 002:04F0:1
00000462 C 002:04F1:3
00000463 C 002:0510:3
00000464 C 002:0511:1
00000465 C 002:0512:0
00000466 C 002:0512:4

```

```

XY=0
SRX=0.0
SRY=0.0
R=0.0
DO 860 N=1,NUMEL
I=NPI(N)
J=NPJ(N)
K=NPK(N)
IF(M-I)830,850,830
830 IF(M-J)835,845,835
835 IF(M-K)860,840,860
840 I=NPK(N)
K=NPI(N)
GO TO 850
845 I=NPJ(N)
J=NPI(N)
850 C=ABS(XORD(J)+XORD(K)-2.*XORD(I))
D=ABS(YORD(J)+YORD(K)-2.*YORD(I))
RY=D/(C+D)
SRY=SRY+RY
Y=Y+SIGYY(N)*RY
RX=C/(C+D)
SRX=SRX+RX
X=X+SIGXX(N)*RX
R=R+1.0
XY=XY+SIGXY(N)
860 CONTINUE
X=X/SRX
Y=Y/SRY
XY=XY/R
C=(X+Y)/2.0
R=SQRT(((Y-X)/2.0)**2+XY**2)
P1=1.
XMAX=(C+R)/P1
XMIN=(C-R)/P1
TAUM=(XMAX-XMIN)/2.
PA=0.5*57.29578*ATAN(2.*XY/(Y-X))
IF(2.*X-(XMAX+XMIN)*P1)805,820,820
805 IF(PA)810,820,815
810 PA=PA+90.0
GO TO 820
815 PA=PA-90.0
820 IF(MPRINT) 505,506,505
506 WRITE(IUN2,823)
MPRINT=LAPL
505 MPRINT=MPRINT-1
WRITE(IUN2,125)M,X,Y,XY,XMAX,XMIN,TAUM,PA
900 CONTINUE
IF(SUM-TOLER)440,440,430
430 IF(NCYCM-NCYCL)440,440,243

```

```

00000467 C 002:0513:
00000468 C 002:0514:
00000469 C 002:0514:4
00000470 C 002:0515:2
00000471 C 002:0516:0
00000472 C 002:0517:0
00000473 C 002:0518:3
00000474 C 002:051A:0
00000475 C 002:051B:3
00000476 C 002:051C:5
00000477 C 002:051E:1
00000478 C 002:051F:3
00000479 C 002:0521:0
00000480 C 002:0522:3
00000481 C 002:0523:0
00000482 C 002:0524:3
00000483 C 002:0526:0
00000484 C 002:052A:4
00000485 C 002:052F:2
00000486 C 002:0530:5
00000487 C 002:0532:1
00000488 C 002:0534:4
00000489 C 002:0536:2
00000490 C 002:0537:4
00000491 C 002:053A:1
00000492 C 002:053B:2
00000493 C 002:053D:2
00000494 C 002:053F:3
00000495 C 002:0540:5
00000496 C 002:0542:1
00000497 C 002:0543:3
00000498 C 002:0545:2
00000499 C 002:0549:0
00000500 C 002:0549:4
00000501 C 002:054B:3
00000502 C 002:054D:2
00000503 C 002:054F:1
00000504 C 002:0556:2
00000505 C 002:0559:1
00000506 C 002:055B:3
00000507 C 002:055C:5
00000508 C 002:055D:2
00000509 C 002:055E:4
00000510 C 002:055F:5
00000511 C 002:056C:2
00000512 C 002:056D:1
00000513 C 002:056E:3
00000514 C 002:0587:2
00000515 C 002:0589:3
00000516 C 002:058A:5

```

440	GO	1000	00000517	C	002:058C:
441	WRITE	(IUN2,600)	00000518	C	002:058D:
	GO	TO 1000	00000519	C	002:0599:2
			00000520	C	002:0599:5
			00000521	C	002:0599:5
			00000522	C	002:0599:5
702	WRITE	(IUN2,712)LX	00000523	C	002:0599:5
	GO	TO 441	00000524	C	002:05A8:2
703	WRITE	(IUN2,713)M	00000525	C	002:05A8:5
	GO	TO 441	00000526	C	002:0587:2
704	WRITE	(IUN2,714)N	00000527	C	002:0587:5
	GO	TO 441	00000528	C	002:05C6:2
			00000529	C	002:05C6:5
			00000530	C	002:05C6:5
			00000531	C	002:05C6:5
			00000532	C	002:05C6:5
			00000533	C	002:05C6:5
			00000534	C	002:05C6:5
			00000535	C	002:05C6:5
			00000536	C	002:05C6:5
			00000537	C	002:05C6:5
			00000538	C	002:05C6:5
			00000539	C	002:05C6:5
1	FORMAT	(6I4,2F12.5,I1,I5)	00000540	C	002:05C6:5
2	FORMAT	(4I4,3F12.4)	00000541	C	002:05C6:5
3	FORMAT	(I4,4F8.2)	00000542	C	002:05C6:5
4	FORMAT	(2I4,1F8.2)	00000543	C	002:05C6:5
5	FORMAT	(3E15.8)	00000544	C	002:05C6:5
6	FORMAT	(1H,3X,I4,3X,I4,2X,I4,2X,I4,F14.4,F15.4,F17.4)	00000545	C	002:05C6:5
11	FORMAT	(I5,F10.5)	00000546	C	002:05C6:5
14	FORMAT	(T30,I4,2X,I4,2X,3X,F8.2)	00000547	C	002:05C6:5
101	FORMAT	(1H0,T30,29H NUMERO DE ELEMENTOS =1I4/)	00000548	C	002:05C6:5
102	FORMAT	(1H0,T30,29H NUMERO DE PUNTOS NODALES =1I4/)	00000549	C	002:05C6:5
103	FORMAT	(1H0,T30,29H NUMERO DE PTOS DE CONTORNO =1I4/)	00000550	C	002:05C6:5
104	FORMAT	(1H0,T30,29H CICLO DE INTERV. DE IMPRES. =1I4/)	00000551	C	002:05C6:5
105	FORMAT	(1H0,T30,29H INTERV. SALIDA DE RESULTADOS =1I4/)	00000552	C	002:05C6:5
106	FORMAT	(1H0,T30,29H CICLO LIMITE =1I4/)	00000553	C	002:05C6:5
107	FORMAT	(1H0,T30,29H TOLERANCIA LIMITE =1E12.4/)	00000554	C	002:05C6:5
108	FORMAT	(1H0,T30,29H FACTOR RELAJAMIENTO LIMITE =1F6.3/)	00000555	C	002:05C6:5
109	FORMAT	(* *,I8,4F12.2)	00000556	C	002:05C6:5
110	FORMAT	(1H1,6X,*EL I J K E DENSIDAD	00000557	C	002:05C6:5
		1 POISSON*)	00000558	C	002:05C6:5
111	FORMAT	(1H1,* NP X-ORD Y-ORD X-CARGA Y-CAR	00000559	C	002:05C6:5
		1GA*)	00000560	C	002:05C6:5
112	FORMAT	(*1*,T30,24H CONDICIONES DE CONTORNO)	00000561	C	002:05C6:5
113	FORMAT	(//,T30,* NP NFIX INCLINACION */)	00000562	C	002:05C6:5
119	FORMAT	(/////43H CICLO FUERZAS NO EN EQUILIBRIO)	00000563	C	002:05C6:5
120	FORMAT	(* *,I12,12X,F12.6)	00000564	C	002:05C6:5
121	FORMAT	(1H1,44H PUNTO NODAL DESPLAZ.-X DESPLAZ.-Y)	00000565	C	002:05C6:5
122	FORMAT	(* *,I9,1X,2F15.6)	00000566	C	002:05C6:5
123	FORMAT	(1H1,* ELEMENTO X-BARIC Y-BARIC X-TENSION Y-T	00000567	C	002:05C6:5
		1ENSION XY-TENSION TENSION-MAX TENSION-MIN TAUMAX	00000568	C	002:05C6:5
		2 DIRECCION*)	00000569	C	002:05C6:5
124	FORMAT	(1H,2X,I8,4X,F7.2,4X,F7.2,2X,F12.5,2X,F12.5,3X,F12.5,4X,F12	00000570	C	002:05C6:5
		1.5,4X,F12.5,2X,F12.5,2X,F9.5)	00000571	C	002:05C6:5
125	FORMAT	(1H,3X,I6,2X,F12.5,3X,F12.5,2X,F12.5,3X,F12.5,3X,F12.5,4X,F	00000572	C	002:05C6:5
		112.5,3X,F12.5)	00000573	C	002:05C6:5
508	FORMAT	(//,1H,T30,* ***** EL PROBLEMA SE RESOLVERA POR DEFORMACION	00000574	C	002:05C6:5

```

1PLA' *****')
509 FOR. T(//,1H ,T30,***** EL PROBLEMA SE RESOLV .A POR ESFUERZO PLA 00000567 C 002:05C6:
1NO *****') 00000568 C 002:05C6:
513 FORMAT(1H1,10X,*,COORDENADAS DE LOS PUNTOS NODALES DESPLAZADOS',/,1 00000569 C 002:05C6:5
1H0,17X,*,NP.',13X,*,X-ORD',10X,*,Y-ORD') 00000570 C 002:05C6:5
514 FORMAT(1H ,16X,13,7X,F14.6,1X,F14.6) 00000571 C 002:05C6:5
600 FORMAT(1H1,////////,132(****)/,1H0,132(****)/,1H0,45(**** 00000572 C 002:05C6:5
1),', ..... FAVOR REVISAR LOS DATOS DE ENTRADA ',42(****)/,1H0,132 00000573 C 002:05C6:5
2(****)/,1H0,132(****)/,1H0,132(****)) 00000574 C 002:05C6:5
711 FORMAT (3CH AREA CERO O NEGATIVA,EL.NO. =,I4) 00000575 C 002:05C6:5
712 FORMAT(1H ,*,MAS DE 8 PTO S NODALES ADYACENTES AL PTO NODAL NO.',1I4 00000576 C 002:05C6:5
1) 00000577 C 002:05C6:5
713 FORMAT (*ERROR EN LOS DATOS DEL PTO NODAL PARA M= ',I5) 00000578 C 002:05C6:5
714 FORMAT (*ERROR EN LA TARJETA DE DATOS DE LA CARACTERISTICA ELASTI 00000579 C 002:05C6:5
1CA E,EL.NO.=',1I4) 00000580 C 002:05C6:5
823 FORMAT (115H1 P.NODAL X-TENSION Y-TENSION XY-TENSION 00000581 C 002:05C6:5
1 TENSION -MAX TENSION -MIN TAUMAX DIRECCION ) 00000582 C 002:05C6:5
901 FORMAT(1H1,T2,36(****),/,T2,****,34X,****/,T2, 00000583 C 002:05C6:5
1,* UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA *,/,T2,****,34X,****/,T2,****, 00000584 C 002:05C6:5
25X,*,FACULTAD DE INGENIERIA',7X,****/,T2,****,34X,****/,T2,****,6X, 00000585 C 002:05C6:5
3*,ESC. DE GEO. Y MINAS',8X,****/,T2,****,34X,****/,T2,****,9X, 00000586 C 002:05C6:5
4*,DPTO. DE MINAS',11X,****/,T2,****,34X,****/,T2,36(****)) 00000587 C 002:05C6:5
902 FORMAT(20A4) 00000588 C 002:05C6:5
903 FORMAT(///,1H ,T30,20A4/) 00000589 C 002:05C6:5
1000 WRITE(IUN2,1003)TITULO 00000590 C 002:05C6:5
1003 FORMAT(///,5X,***** FIN DEL PROGRAMA " ',20A4,' " *****') 00000591 C 002:05C6:5
1005 CALL EXIT 00000592 C 002:05D6:2
END 00000593 C 002:05D6:2
002:05DB:1 IS THE LOCATION FOR EXCEPTIONAL ACTION ON THE I/O STATEMENT AT 00000594 C 002:05D7:1
002:05DE:2 IS THE LOCATION FOR EXCEPTIONAL ACTION ON THE I/O STATEMENT AT 00000346
002:05E1:3 IS THE LOCATION FOR EXCEPTIONAL ACTION ON THE I/O STATEMENT AT 00000157
00000142
SEGMENT 002 IS 0676 LONG

```

FORMAT SEGMENT 00C0 LON
START OF SEGMENT 00A
SEGMENT 00A IS 0014 LONG

NO ERRORS DETECTED. NUMBER OF CARDS = 611.
COMPILATION TIME = 43 SECONDS ELAPSED, 7.12 SECONDS PROCESSING(5149 CPM).
D2 STACK SIZE = 9 WORDS. FILESIZE = 0 WORDS. ESTIMATED CORE STORAGE REQUIREMENT = 30021 WORDS.
TOTAL PROGRAM CODE = 1717 WORDS. ARRAY STORAGE = 28161 WORDS.
NUMBER OF PROGRAM SEGMENTS = 12. NUMBER OF DISK SEGMENTS = 112.
PROGRAM CODE FILE = (III10P801)WILSON ON PACK.
COMPILER COMPILED ON 02/07/79 (FORTRAN ON SYSTEM).

EJEMPLO N° 1: PLANCHA RECTANGULAR

Este primer ejemplo es extremadamente simple; una estructura constituida por solamente 8 elementos triangulares y 8 nodos, con el objeto de poder también transcribir (con función didáctica) los valores numéricos de las etapas principales del cálculo.

Se trata de una plancha plana en material elástico lineal homogéneo e hisótropo (figura 4), y sujeta a una carga de tracción sobre un lado (nodos 7 y 8) y vinculada en el lado opuesto (nodos 1 y 2 fijos).

Las dos fuerzas horizontales (X) aplicadas en los nodos 7 y 8 valen 100,00 Kg cada una; el módulo de elasticidad es $E = 250.000,00 \text{ Kg/cm}^2$ y el número de Poisson vale $\nu = 0.25$. La estructura resuelta con el código " WILSON 63 " en condición de esfuerzos planos.

En la salida de computadora anexa correspondiente a este ejemplo, pueden observarse los datos relativos a las coordenadas de los nodos y a la codificación de los elementos.

Después de haber calculado la materia de rigidez $| K |^e$ de cada elemento, es posible calcular la matriz de rigidez global de la entera estructura $| K |$.

A manera de ejemplo, reportamos las matrices $| D |$, $| B |$ y $| K |$, para el elemento 7.

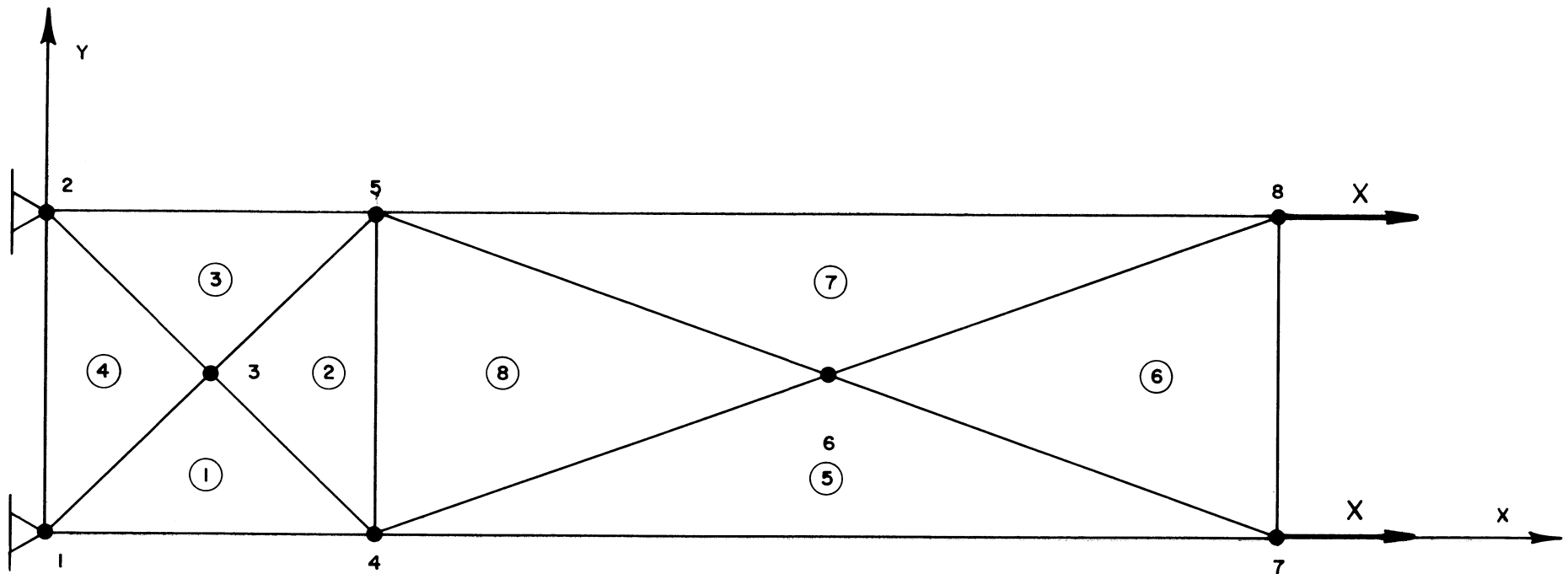
$$[D]_7 = 10^5 \times \begin{bmatrix} 2.3 & 0.7 & 0.0 \\ 0.7 & 2.3 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

$$[B]_7 = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 \\ 0.0 & -1.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ -1.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 \end{bmatrix}$$

$$[K]_7 = 10^5 \times \begin{bmatrix} 0.97 & -0.42 & -0.53 & -0.08 & -0.44 & -0.50 \\ & 2.08 & 0.83 & 1.92 & 0.33 & -0.17 \\ & & 0.97 & 0.42 & -0.44 & -0.50 \\ & \text{simétrica} & & 2.08 & -0.33 & -0.17 \\ & & & & 0.89 & 0.00 \\ & & & & & 0.33 \end{bmatrix}$$

Así mismo se reportan la matriz de rigidez de la estructura completa (fig. 5) y la matriz completa después de haber introducido las condiciones de vínculos en los nodos 1 y 2 fijos (fig. 6).

En la salida de computadora anexa, se reportan finalmente los resultados del cálculo: desplazamientos y esfuerzos.



8 ● NODOS

8 ELEMENTOS

PLANCHA RECTANGULAR. MODELO.

FIG-4-

[K] = 10⁵ x

1.83	0.83	0.42	0.08	-1.83	-0.83	-0.42	0.08												
1.83	-0.08	-0.42	-0.83	-1.83	0.08	0.42													
1.83	-0.83	-1.83	0.83	0.0	0.0	-0.42	0.08												
1.83	0.83	-1.83	0.0	0.0	-0.08	0.42													
7.33	0.0	-1.83	0.88	-1.83	-0.83														
7.33	0.83	-1.83	-0.83	-1.83															
3.78	0.0	-0.11	0.0	1.94	0.83	0.53	-0.83												
6.00	0.0	-2.33	-0.83	-4.17	0.08	1.92													
3.78	0.0	-1.94	0.83	0.0	0.0	0.53	0.08												
6.00	0.83	-4.17	0.0	0.0	-0.08	1.92													
7.78	0.0	-1.94	0.83	-1.94	-0.83														
1.67	0.83	-4.17	-0.83	-4.17															
1.94	-0.83	-0.53	-0.08																
4.17	0.08	-1.92																	
1.94	0.83																		
4.17																			

simétrica

MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL.

[K] = 10⁵ x

1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0												
	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0												
		1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0												
			1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0												
				7.33	0.0	-1.83	0.83	-1.83	-0.83											
					7.33	0.83	-1.83	-0.83	-1.83											
						3.78	0.0	-0.11	0.0	1.94	0.83	0.53	-0.83							
							6.00	0.0	-2.33	-0.83	-4.17	0.08	1.92							
								3.78	0.0	-1.94	0.83	0.0	0.0	0.53	0.08					
									6.00	0.83	-4.17	0.0	0.0	-0.08	1.92					
										7.78	0.0	-1.94	0.83	-1.94	0.83					
											1.67	0.83	-4.17	-0.83	-4.17					
												1.94	-0.83	-0.53	-0.08					
													4.17	0.08	-1.92					
														1.94	0.83					
															4.17					

simétrica

MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL MODIFICADA.

```
*****
* UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA *
* FACULTAD DE INGENIERIA *
* ESC. DE GEO. Y MINAS *
* OPTO. DE MINAS *
*****
```

EJEMPLO NO. 1

```
NUMERO DE ELEMENTOS = 8
NUMERO DE PUNTOS NODALES = 8
NUMERO DE PTOS DE CONTOPO = 2
CICLO DE INTERV. DE IMPRES.=1000
INTERV. SALIDA DE RESULTADOS=1000
CICLO LIMITE =1000
TOLERANCIA LIMITE = .1000E-02
FACTOR RELAJAMIENTO LIMITE = 1.870
```

***** EL PROBLEMA SE RESOLVERA POR ESFUERZO PLANO *****

FL	I	J	K	F	DENSIDAD	POISSON
1	4	5	3	2	0.000000	0.250000
2	5	6	4	3	0.000000	0.250000
3	6	7	5	4	0.000000	0.250000
4	7	8	6	5	0.000000	0.250000
5	8		7	6	0.000000	0.250000
6			8	7	0.000000	0.250000
7				8	0.000000	0.250000
8					0.000000	0.250000

NP	X=ORD	Y=ORD	X-CARGA	Y-CARGA
1	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0.00	1.00	0.00	0.00
3	0.50	0.50	0.00	0.00
4	1.00	0.00	0.00	0.00
5	1.00	1.00	0.00	0.00
6	2.50	0.50	0.00	0.00
7	4.00	0.00	100.00	0.00
8	4.00	1.00	100.00	0.00

CONDICIONES DE CONTORNO

NP	FIX	INCLINACION
1	0	0.00
2	0	0.00

CICLO 203 FUERZAS NO EN EQUILIBRIO 0.000931

PUNTO NODAL	DESPLAZ.-X	DESPLAZ.-Y
1	0.000000	0.000000
2	0.000000	0.000000
3	0.000364	-0.000000
4	0.000777	0.000107
5	0.000777	-0.000107
6	0.001981	-0.000000
7	0.003181	-0.000098
8	0.003181	-0.000098

COORDENADAS DE LOS PUNTOS NODALES DESPLAZADOS

NP.	X=ORD	Y=ORD
1	0.000000	0.000000
2	0.000000	1.000000
3	0.500364	0.500000
4	1.000777	0.000107
5	1.000777	0.999893
6	2.501981	0.500000
7	4.003181	0.000098
8	4.003181	0.999902

ELEMENTO	X-PARTIC	Y-PARTIC	X-TENSION	Y-TENSION	XY-TENSION	TENSION-MAX	TENSION-MIN	TAUMAX	DIRECCION
1	0.50	0.17	199.99999999999999	200.00000000000000	5.860009	200.19280	22.94742	88.62269	1.010101
2	0.50	0.50	200.00000000000000	200.00000000000000	5.860019	205.86014	-2.25289	104.05651	1.010101
3	0.17	0.50	199.99999999999999	200.00000000000000	5.860019	194.13987	48.53497	77.80245	1.010101
4	0.50	0.17	200.00000000000000	200.00000000000000	5.860030	199.99900	-1.25239	100.62614	1.010101
5	0.50	0.50	200.00000000000000	200.00000000000000	5.860055	200.28178	-1.25236	99.49007	1.010101
6	0.17	0.50	199.99999999999999	200.00000000000000	5.860055	200.00000	-1.25241	100.62630	1.010101
7	0.50	0.17	200.00000000000000	200.00000000000000	5.860050	199.71823	-3.78836	101.75330	1.010101

P.NODAL	X-TENSION	Y-TENSION	XY-TENSION	TENSION-MAX	TENSION-MIN	TAUMAX	DIRECCION
1	198.53410	42.18657	2.92989	198.59075	22.13188	78.22865	1.07320
2	198.53585	23.18660	-0.93027	200.00001	23.14104	88.42948	1.07331
3	200.00001	23.14104	0.00001	200.56327	1.11111	99.62794	1.00002
4	200.55131	1.29757	1.48855	200.00001	1.11111	99.62794	0.42797
5	200.55215	-1.29756	-1.48855	200.00001	1.11111	99.62794	0.42801
6	200.00001	1.29756	0.00012	200.10036	0.86048	100.62618	0.00004
7	200.10054	0.86048	0.04649	200.10036	0.86048	99.62618	0.00004
8	200.10074	0.86048	0.04700	200.10075	0.86097	99.61989	0.01352

***** FIN DEL PROGRAMA "

EJEMPLO NO. 1

" *****

EJEMPLO N.º 2: TUNEL CIRCULAR PROFUNDO

Se considera un caso simple de cálculo, mediante el Código de Elementos Finitos " WILSON 63 ", para una estructura con comportamiento elástico lineal, isótropa y homogénea.

Es una estructura para la cual la teoría de la elasticidad suministra la solución analítica exacta y por lo tanto puede ser interesante una comparación entre los resultados numéricos y los correspondientes analíticos.

Se trata de una estructura plana de una plancha conteniendo un agujero circular, en condiciones de deformaciones planas y solecitadas, en correspondencia de los bordes horizontales, con una presión vertical uniforme (σ_v).

Esta estructura puede también representar el modelo equivalente para el análisis de un túnel circular profundo en medio elástico lineal isotropo y homogéneo, con estado de solecitación natural en el centro del túnel de $\sigma_v = \gamma H$ (γ = peso unitario del material y H = profundidad, con $H \gg$ Diámetro) y $\sigma_h = 0$ ($K_o = 0$).

El modelo de elementos finitos ha sido obtenido, dividiendo en elementos triangulares solamente un cuarto de la plancha (fig.8) y obligando, debido a simetría, que los puntos nodales (7, 15, 22, 30, 37, 45, 52, 66, 67, 75) sean móviles a lo largo del eje vertical y nodos (1, 8, 16, 23, 31, 38, 46, 53, 61, 68) sean móviles a lo largo del eje horizontal.

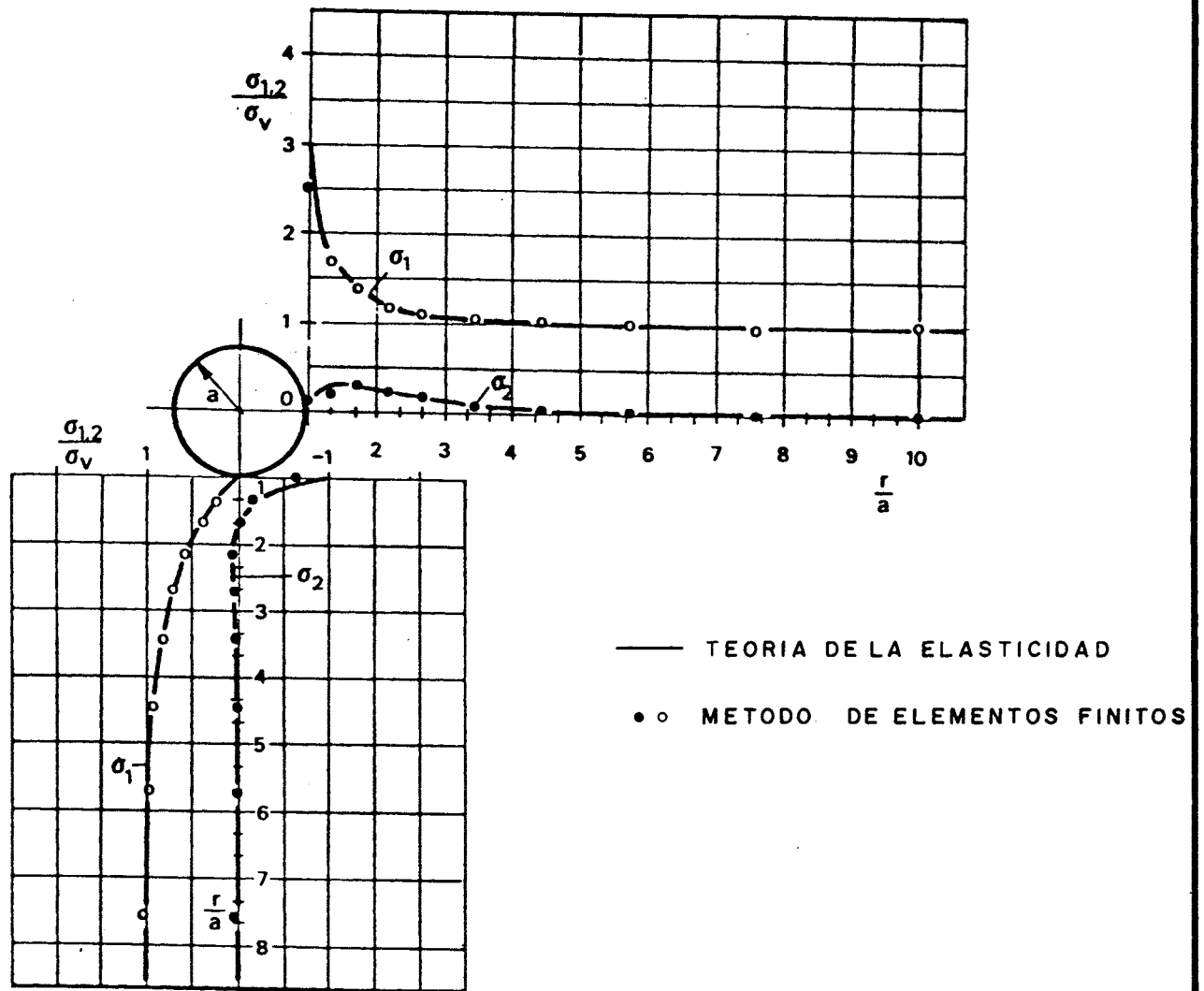
Para lo que se refiere a la carga σ_v , es suficiente aplicar a los nodos (75, 74, 73, 78, 79) del límite horizontal superior del modelo, fuerzas verticales estáticamente equivalentes a la carga misma.

La solución mediante el M.E.F. con el uso del Código " WILSON 63 ", da los desplazamientos horizontales y verticales para todos los nodos, y el estado completo de esfuerzos para todos los baricentros de los elementos y los puntos nodales del modelo, (incluyendo las sollecitaciones principales, direcciones principales y corte máximo).

En la figura (7) anexa, los esfuerzos principales (σ_1 , σ_2), a lo largo de los ejes de simetría, se comparan con los valores exactos obtenidos para el mismo problema con la teoría de la elasticidad.

Puede observarse al respecto que, aunque el número de elementos utilizados para el modelo resulta limitado, la comparación entre las dos soluciones se demuestran bastante satisfactorias.

A continuación se anexan las tablas con las salidas numéricas del cálculo y en las figuras 9, 10, 11, 12, la elaboración gráfica de los resultados más representativos obtenidos del cálculo.



COMPARACION ENTRE RESULTADOS ANALITICOS Y NUMERICOS.

EJEMPLO # 2: TUNEL CIRCULAR PROFUNDO

SALIDA DE COMPUTADORA

- * DATOS: CODIFICACION PUNTOS NODALES
- * DATOS: CODIFICACION ELEMENTOS
- * DATOS: CONDICIONES DE CONTORNO
- * RESULTADOS: DESPLAZAMIENTOS PUNTOS NODALES
- * RESULTADOS: PUNTOS NODALES DESPLAZADOS
- * RESULTADOS: ESFUERZOS EN LOS ELEMENTOS
- * RESULTADOS: ESFUERZOS EN LOS PUNTOS NODALES

* UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA *
* FACULTAD DE INGENIERIA *
* ESC. DE GEO. Y MINAS *
* DPTO. DE MINAS *

CALCULO DE ESFUERZOS Y DEFORMACIONES ALREDEDOR DE UNA ABERTURA SUBTERRANEA

NUMERO DE ELEMENTOS = 124

NUMERO DE PUNTOS NODALES = 79

NUMERO DE PTOS DE CONTORNO = 20

CICLO DE INTERV. DE IMPRES. = 500

INTERV. SALIDA DE RESULTADOS = 500

CICLO LIMITE = 500

TOLERANCIA LIMITE = 0.1000E-01

FACTOR RELAJAMIENTO LIMITE = 1.870

FACT. QUE DETER. IMPRE. DATOS = 0

TIPO DE PROBLEMA = 0

***** EL PROBLEMA SE RESOLVERA POR DEFORMACION PLANA *****

NP	X-ORD	Y-ORD	X-CARGA	Y-CARGA	NP	X-ORD	Y-ORD	X-CARGA	Y-CARGA
1	3.00	0.0	0.0	0.0	61	22.70	0.0	0.0	0.0
2	2.90	0.80	0.0	0.0	62	21.90	5.90	0.0	0.0
3	2.60	1.50	0.0	0.0	63	19.60	11.50	0.0	0.0
4	2.10	2.10	0.0	0.0	64	16.10	16.10	0.0	0.0
5	1.50	2.60	0.0	0.0	65	11.50	19.60	0.0	0.0
6	0.80	2.90	0.0	0.0	66	5.90	21.90	0.0	0.0
7	0.0	3.00	0.0	0.0	67	0.0	22.70	0.0	0.0
8	4.00	0.0	0.0	0.0	68	30.00	0.0	0.0	0.0
9	4.00	0.50	0.0	0.0	69	30.00	7.50	0.0	0.0
10	3.70	1.50	0.0	0.0	70	30.00	15.00	0.0	0.0
11	3.10	2.40	0.0	0.0	71	23.60	18.00	0.0	0.0
12	2.40	3.10	0.0	0.0	72	18.00	23.60	0.0	0.0
13	1.50	3.70	0.0	0.0	73	15.00	30.00	0.0	7500.00
14	0.50	4.00	0.0	0.0	74	7.50	30.00	0.0	7500.00
15	0.0	4.00	0.0	0.0	75	0.0	30.00	0.0	3750.00
16	5.10	0.0	0.0	0.0	76	30.00	22.50	0.0	0.0
17	4.90	1.30	0.0	0.0	77	26.20	26.20	0.0	0.0
18	4.40	2.60	0.0	0.0	78	22.50	30.00	0.0	7500.00
19	3.60	3.60	0.0	0.0	79	30.00	30.00	0.0	3750.00
20	2.60	4.40	0.0	0.0					
21	1.30	4.90	0.0	0.0					
22	0.0	5.10	0.0	0.0					
23	6.50	0.0	0.0	0.0					
24	6.50	0.90	0.0	0.0					
25	6.00	2.50	0.0	0.0					
26	5.20	4.00	0.0	0.0					
27	4.00	5.20	0.0	0.0					
28	2.50	6.00	0.0	0.0					
29	0.90	6.50	0.0	0.0					
30	0.0	6.50	0.0	0.0					
31	8.10	0.0	0.0	0.0					
32	7.80	2.10	0.0	0.0					
33	7.00	4.10	0.0	0.0					
34	5.70	5.70	0.0	0.0					
35	4.10	7.00	0.0	0.0					
36	2.10	7.80	0.0	0.0					
37	0.0	8.10	0.0	0.0					
38	10.30	0.0	0.0	0.0					
39	10.20	1.30	0.0	0.0					
40	9.50	4.00	0.0	0.0					
41	8.20	6.30	0.0	0.0					
42	6.30	8.20	0.0	0.0					
43	4.00	9.50	0.0	0.0					
44	1.30	10.20	0.0	0.0					
45	0.0	10.30	0.0	0.0					
46	13.30	0.0	0.0	0.0					
47	12.90	3.40	0.0	0.0					
48	11.50	6.70	0.0	0.0					
49	9.40	9.40	0.0	0.0					
50	6.70	11.50	0.0	0.0					
51	3.40	12.90	0.0	0.0					
52	0.0	13.30	0.0	0.0					
53	17.20	0.0	0.0	0.0					
54	17.10	2.30	0.0	0.0					
55	15.90	6.70	0.0	0.0					
56	13.70	10.60	0.0	0.0					
57	10.60	13.70	0.0	0.0					
58	6.70	15.90	0.0	0.0					
59	2.30	17.10	0.0	0.0					
60	0.0	17.20	0.0	0.0					

EL	I	J	K	E	DENSIDAD	POISSON
1	8	9	1	300000.0000	0.0	0.2500
2	1	9	2	300000.0000	0.0	0.2500
3	9	10	2	300000.0000	0.0	0.2500
4	2	10	3	300000.0000	0.0	0.2500
5	3	10	11	300000.0000	0.0	0.2500
6	3	11	4	300000.0000	0.0	0.2500
7	4	11	12	300000.0000	0.0	0.2500
8	4	12	5	300000.0000	0.0	0.2500
9	5	12	13	300000.0000	0.0	0.2500
10	5	13	6	300000.0000	0.0	0.2500
11	6	13	14	300000.0000	0.0	0.2500
12	6	14	7	300000.0000	0.0	0.2500
13	7	14	15	300000.0000	0.0	0.2500
14	8	16	9	300000.0000	0.0	0.2500
15	9	16	17	300000.0000	0.0	0.2500
16	9	17	10	300000.0000	0.0	0.2500
17	10	17	18	300000.0000	0.0	0.2500
18	10	18	11	300000.0000	0.0	0.2500
19	11	18	19	300000.0000	0.0	0.2500
20	11	19	12	300000.0000	0.0	0.2500
21	12	19	20	300000.0000	0.0	0.2500
22	12	20	13	300000.0000	0.0	0.2500
23	13	20	21	300000.0000	0.0	0.2500
24	13	21	14	300000.0000	0.0	0.2500
25	14	21	22	300000.0000	0.0	0.2500
26	14	22	15	300000.0000	0.0	0.2500
27	16	23	24	300000.0000	0.0	0.2500
28	16	24	17	300000.0000	0.0	0.2500
29	17	24	25	300000.0000	0.0	0.2500
30	17	25	18	300000.0000	0.0	0.2500
31	18	25	26	300000.0000	0.0	0.2500
32	18	26	19	300000.0000	0.0	0.2500
33	19	26	27	300000.0000	0.0	0.2500
34	19	27	20	300000.0000	0.0	0.2500
35	20	27	28	300000.0000	0.0	0.2500
36	20	28	21	300000.0000	0.0	0.2500
37	21	28	29	300000.0000	0.0	0.2500
38	21	29	22	300000.0000	0.0	0.2500
39	22	29	30	300000.0000	0.0	0.2500
40	23	31	24	300000.0000	0.0	0.2500
41	24	31	32	300000.0000	0.0	0.2500
42	24	32	25	300000.0000	0.0	0.2500
43	25	32	33	300000.0000	0.0	0.2500
44	25	33	26	300000.0000	0.0	0.2500
45	26	33	34	300000.0000	0.0	0.2500
46	26	34	27	300000.0000	0.0	0.2500
47	27	34	35	300000.0000	0.0	0.2500
48	27	35	28	300000.0000	0.0	0.2500
49	28	35	36	300000.0000	0.0	0.2500
50	28	36	29	300000.0000	0.0	0.2500
51	29	36	37	300000.0000	0.0	0.2500
52	29	37	30	300000.0000	0.0	0.2500
53	31	38	39	300000.0000	0.0	0.2500
54	31	39	32	300000.0000	0.0	0.2500
55	32	39	40	300000.0000	0.0	0.2500
56	32	40	33	300000.0000	0.0	0.2500
57	33	40	41	300000.0000	0.0	0.2500
58	33	41	34	300000.0000	0.0	0.2500
59	34	41	42	300000.0000	0.0	0.2500
60	34	42	35	300000.0000	0.0	0.2500

EL	I	J	K	E	DENSIDAD	POISSON
61	35	42	43	300000.0000	0.0	0.2500
62	35	43	36	300000.0000	0.0	0.2500
63	36	43	44	300000.0000	0.0	0.2500
64	36	44	37	300000.0000	0.0	0.2500
65	37	44	45	300000.0000	0.0	0.2500
66	38	46	39	300000.0000	0.0	0.2500
67	39	46	47	300000.0000	0.0	0.2500
68	39	47	40	300000.0000	0.0	0.2500
69	40	47	48	300000.0000	0.0	0.2500
70	40	48	41	300000.0000	0.0	0.2500
71	41	48	49	300000.0000	0.0	0.2500
72	41	49	42	300000.0000	0.0	0.2500
73	42	49	50	300000.0000	0.0	0.2500
74	42	50	43	300000.0000	0.0	0.2500
75	43	50	51	300000.0000	0.0	0.2500
76	43	51	44	300000.0000	0.0	0.2500
77	44	51	52	300000.0000	0.0	0.2500
78	44	52	45	300000.0000	0.0	0.2500
79	46	53	54	300000.0000	0.0	0.2500
80	46	54	47	300000.0000	0.0	0.2500
81	47	54	55	300000.0000	0.0	0.2500
82	47	55	48	300000.0000	0.0	0.2500
83	48	55	56	300000.0000	0.0	0.2500
84	48	56	49	300000.0000	0.0	0.2500
85	49	56	57	300000.0000	0.0	0.2500
86	49	57	50	300000.0000	0.0	0.2500
87	50	57	58	300000.0000	0.0	0.2500
88	50	58	51	300000.0000	0.0	0.2500
89	51	58	59	300000.0000	0.0	0.2500
90	51	59	52	300000.0000	0.0	0.2500
91	52	59	60	300000.0000	0.0	0.2500
92	53	61	54	300000.0000	0.0	0.2500
93	54	61	62	300000.0000	0.0	0.2500
94	54	62	55	300000.0000	0.0	0.2500
95	55	62	63	300000.0000	0.0	0.2500
96	55	63	56	300000.0000	0.0	0.2500
97	56	63	64	300000.0000	0.0	0.2500
98	56	64	57	300000.0000	0.0	0.2500
99	57	64	65	300000.0000	0.0	0.2500
100	57	65	58	300000.0000	0.0	0.2500
101	58	65	66	300000.0000	0.0	0.2500
102	58	66	59	300000.0000	0.0	0.2500
103	59	66	67	300000.0000	0.0	0.2500
104	59	67	60	300000.0000	0.0	0.2500
105	61	68	62	300000.0000	0.0	0.2500
106	62	68	69	300000.0000	0.0	0.2500
107	62	69	63	300000.0000	0.0	0.2500
108	63	69	70	300000.0000	0.0	0.2500
109	63	70	71	300000.0000	0.0	0.2500
110	63	71	64	300000.0000	0.0	0.2500
111	64	71	72	300000.0000	0.0	0.2500
112	64	72	65	300000.0000	0.0	0.2500
113	65	72	73	300000.0000	0.0	0.2500
114	65	73	74	300000.0000	0.0	0.2500
115	65	74	66	300000.0000	0.0	0.2500
116	66	74	75	300000.0000	0.0	0.2500
117	66	75	67	300000.0000	0.0	0.2500
118	70	76	71	300000.0000	0.0	0.2500
119	71	76	77	300000.0000	0.0	0.2500
120	71	77	72	300000.0000	0.0	0.2500

CONDICIONES DE CONTORNO

POISSON
0.2500
0.2500
0.2500
0.2500

DENSIDAD
0.0
0.0
0.0
0.0

E
300000.0000
300000.0000
300000.0000
300000.0000

K
78
73
77
78

J
77
78
79
79

I
72
72
76
77

EL
121
122
123
124

NP	NFIX	INCLINACION
1	2	0.0
7	1	0.0
8	2	0.0
15	1	0.0
16	2	0.0
22	1	0.0
23	2	0.0
30	1	0.0
31	2	0.0
37	1	0.0
38	2	0.0
45	1	0.0
46	2	0.0
52	1	0.0
53	2	0.0
60	1	0.0
61	2	0.0
67	1	0.0
68	2	0.0
75	1	0.0

CICLO FUERZAS NO EN EQUILIBRIO
500 1.473166

PUNTO NODAL	DESPLAZ.-X	DESPLAZ.-Y	PUNTO NODAL	DESPLAZ.-X	DESPLAZ.-Y
1	-0.008839	0.0	61	-0.026268	0.0
2	-0.008568	0.006768	62	-0.025055	0.018553
3	-0.007516	0.012932	63	-0.021665	0.036491
4	-0.005878	0.018638	64	-0.016997	0.051864
5	-0.003940	0.022992	65	-0.011579	0.064146
6	-0.002009	0.025872	66	-0.005735	0.072607
7	0.0	0.027027	67	0.0	0.075605
8	-0.010152	0.0	68	-0.033854	0.0
9	-0.010310	0.002507	69	-0.033191	0.022923
10	-0.008670	0.007942	70	-0.032013	0.046287
11	-0.005980	0.014019	71	-0.024803	0.056533
12	-0.003475	0.019572	72	-0.017969	0.075243
13	-0.001439	0.024537	73	-0.014089	0.095878
14	-0.000349	0.027294	74	-0.006714	0.097313
15	0.0	0.027529	75	0.0	0.098116
16	-0.011111	0.0	76	-0.030777	0.069692
17	-0.010131	0.005213	77	-0.026194	0.081879
18	-0.007562	0.011244	78	-0.021729	0.094444
19	-0.004694	0.017137	79	-0.029514	0.093103
20	-0.002306	0.022716			
21	-0.000735	0.027105			
22	0.0	0.028807			
23	-0.011742	0.0			
24	-0.011539	0.003132			
25	-0.009731	0.009123			
26	-0.006927	0.015688			
27	-0.004031	0.022102			
28	-0.001801	0.027296			
29	-0.000507	0.030475			
30	0.0	0.030941			
31	-0.012863	0.0			
32	-0.011844	0.007081			
33	-0.009431	0.014507			
34	-0.006423	0.021466			
35	-0.003713	0.027861			
36	-0.001555	0.032411			
37	0.0	0.034302			
38	-0.014463	0.0			
39	-0.014223	0.004209			
40	-0.012471	0.013283			
41	-0.009577	0.021753			
42	-0.006465	0.029589			
43	-0.003575	0.035557			
44	-0.001048	0.039037			
45	0.0	0.039604			
46	-0.017128	0.0			
47	-0.016220	0.010929			
48	-0.013638	0.022038			
49	-0.010243	0.031839			
50	-0.006653	0.040071			
51	-0.003131	0.045871			
52	0.0	0.047779			
53	-0.020765	0.0			
54	-0.020552	0.007276			
55	-0.018577	0.021434			
56	-0.015192	0.034530			
57	-0.011053	0.045554			
58	-0.006594	0.053859			
59	-0.002174	0.058530			
60	0.0	0.059038			

COORDENADAS DE LOS PUNTOS NODALES DESPLAZADOS

NP.	X-ORD	Y-ORD	NP.	X-ORD	Y-ORD
1	2.991161	0.0	57	10.588946	13.745554
2	2.891431	0.806768	58	6.693406	15.953857
3	2.592484	1.512932	59	2.297825	17.158508
4	2.094121	2.118637	60	0.0	17.259033
5	1.496059	2.622991	61	22.673721	0.0
6	0.797991	2.925871	62	21.874939	5.918552
7	0.0	3.027026	63	19.578323	11.536490
8	3.989847	0.0	64	16.082993	16.151840
9	3.989690	0.502506	65	11.488420	19.664124
10	3.691329	1.507941	66	5.894264	21.972595
11	3.094019	2.414018	67	0.0	22.775589
12	2.396524	3.119571	68	29.966141	0.0
13	1.498561	3.724536	69	29.966797	7.522923
14	0.499651	4.027293	70	29.967987	15.046287
15	0.0	4.027529	71	23.575180	18.056519
16	5.088888	0.0	72	17.982025	23.675232
17	4.889868	1.305211	73	14.985910	30.095871
18	4.392437	2.611243	74	7.493286	30.097305
19	3.595305	3.617136	75	0.0	30.098114
20	2.597693	4.422715	76	29.969223	22.569687
21	1.299264	4.927104	77	26.173798	26.281876
22	0.0	5.128806	78	22.478271	30.094437
23	6.488258	0.0	79	29.970474	30.093094
24	6.488461	0.903132			
25	5.990269	2.509123			
26	5.193072	4.015688			
27	3.995968	5.222101			
28	2.498199	6.027296			
29	0.899493	6.530475			
30	0.0	6.530941			
31	8.087135	0.0			
32	7.788155	2.107080			
33	6.990569	4.114506			
34	5.693576	5.721465			
35	4.096286	7.027861			
36	2.098444	7.832410			
37	0.0	8.134300			
38	10.285536	0.0			
39	10.185777	1.304208			
40	9.487529	4.013282			
41	8.190322	6.321752			
42	6.293533	8.229589			
43	3.996424	9.535557			
44	1.298951	10.239037			
45	0.0	10.339602			
46	13.282870	0.0			
47	12.883780	3.410929			
48	11.486362	6.722037			
49	9.389756	9.431839			
50	6.693347	11.540071			
51	3.396868	12.945870			
52	0.0	13.347777			
53	17.179230	0.0			
54	17.079437	2.307275			
55	15.881422	6.721433			
56	13.684807	10.634529			

ENTO	X-BARIC	Y-BARIC	X-TENSION	Y-TENSION	XY-TENSION	TENSION-MAX	TENSION-MIN	TAU-MAX	M-POSITION
1	3.67	0.17	128.78021	1647.10791	-37.82986	1648.04956	127.83813	769.10571	88.27362
2	3.30	0.43	435.21387	2787.47388	-177.22974	2800.75146	421.93604	1189.40771	89.71532
3	3.53	0.93	113.02086	1526.92773	-160.43140	1544.90259	95.04565	724.92847	43.60710
4	3.07	1.27	445.49658	2344.07568	-417.94653	2432.00781	357.56445	1037.22168	78.11710
5	3.13	1.80	69.48453	1216.03955	-269.65259	1276.29126	9.23257	633.52430	77.48454
6	2.60	2.00	278.25586	1541.87500	-465.48633	1693.64868	126.48218	783.54325	71.85339
7	2.53	2.53	-19.69571	809.14453	-325.09253	921.43970	-131.99097	526.71533	73.94377
8	2.00	2.60	-54.92819	778.03296	-298.09009	873.71777	-150.61328	512.16553	72.20367
9	1.80	3.13	-100.19058	416.06299	-276.71216	536.35229	-220.48010	378.41602	66.50493
10	1.27	3.07	-473.42822	291.65112	-148.66626	319.52344	-501.30054	410.41187	79.33120
11	0.93	3.53	-178.93130	128.83186	-151.25439	190.72191	-240.82133	215.77161	67.74664
12	0.43	3.30	-754.13501	46.50465	-56.84230	50.52026	-758.15015	404.33521	85.45423
13	0.17	3.67	-191.00478	97.14743	-56.46407	107.81659	-201.67392	154.74524	75.22977
14	4.37	0.17	287.67114	1700.07153	-37.82979	1701.08398	286.65869	707.21265	85.45584
15	4.67	0.60	322.67065	1366.55005	23.92290	1367.09790	322.12280	522.48755	-88.68745
16	4.20	1.10	242.50160	1681.88525	-11.93113	1681.98389	242.40283	719.79053	89.52512
17	4.33	1.80	141.04262	1334.21216	0.92368	1334.21265	141.04175	596.58545	-89.55564
18	3.73	2.17	32.61687	1557.52246	-108.33747	1565.17969	24.95947	770.11311	85.55773
19	3.70	2.87	-84.16141	1164.61084	-122.50398	1176.51465	-96.06543	636.29004	84.48980
20	3.03	3.03	-137.01976	1287.98462	-234.71460	1325.64893	-174.68408	750.16650	89.88345
21	2.87	3.70	-184.79482	872.11768	-253.98486	929.98389	-242.66113	586.32251	77.16213
22	2.17	3.73	-187.34517	885.84644	-289.11353	956.77612	-260.27515	609.52563	75.58227
23	1.80	4.33	-175.72232	480.81567	-277.94238	582.67725	-277.58398	430.13062	69.8728
24	1.10	4.20	-133.90204	521.46533	-216.08374	586.29736	-198.73425	392.51565	73.29803
25	0.60	4.67	-99.24318	235.34909	-133.84802	282.30322	-146.19749	214.25024	70.66493
26	0.17	4.37	-111.93404	334.35938	-50.46458	341.39209	-118.96695	230.17944	82.90002
27	6.03	0.30	255.40266	1198.61426	27.04845	1199.38892	254.62769	472.35872	-88.35872
28	5.50	0.73	216.66118	1340.08447	39.93790	1341.50220	215.24341	563.12939	-87.96554
29	5.80	1.57	201.35156	1225.91992	63.83035	1229.88110	197.39038	516.24536	-86.44879
30	5.10	2.13	53.17242	1371.75732	51.61005	1373.77393	51.15576	661.30903	-87.76193
31	5.20	3.03	-5.90689	1212.82666	11.72718	1212.93921	-6.01978	609.47949	-89.44873
32	4.40	3.40	-116.94067	1339.36841	-62.77325	1342.06909	-119.64136	730.85222	87.53639
33	4.27	4.27	-149.58119	1086.53198	-117.54671	1097.61035	-160.65967	629.13501	84.61583
34	3.40	4.40	-167.35854	1143.56421	-208.53516	1175.93726	-199.73169	687.83447	81.77575
35	3.03	5.20	-162.55756	821.80054	-212.77869	865.82544	-206.58276	536.20410	78.31010
36	2.13	5.10	-74.92090	844.45557	-250.24231	908.15479	-138.62012	523.38745	75.71363
37	1.57	5.80	-89.1801	529.10156	-180.68945	578.04517	-137.96167	358.00342	74.58381
38	0.73	5.50	18.59990	598.27319	-122.81030	623.21802	-6.34497	314.78149	78.5132
39	0.30	6.03	-19.76459	481.24731	-62.15984	488.84399	-27.36145	258.10254	85.03212
40	7.03	0.30	165.20644	1168.54883	27.04779	1169.27710	164.47778	502.39966	-83.42092
41	7.47	1.00	186.30679	1138.12891	39.97450	1139.80444	184.63110	477.53667	-87.59833
42	6.77	1.83	80.15021	1192.56226	59.38080	1195.72266	76.98975	559.36546	-85.95508
43	6.93	2.90	71.33380	1168.36572	56.34142	1171.25146	68.44775	551.40186	-87.05767
44	6.07	3.53	-53.35606	1233.60254	26.58168	1234.15112	-53.90503	644.02808	-85.81725
45	5.97	4.60	-76.89586	1142.81641	-17.06218	1143.05469	-77.13428	610.09448	89.18472
46	4.97	4.97	-177.76582	1186.44946	-177.15333	1197.20410	-133.72070	662.96240	86.2225
47	4.60	5.97	-141.13596	1000.65137	-129.32703	1015.11621	-155.60107	585.35864	83.61798
48	3.53	6.07	-91.45619	1023.76904	-174.46826	1050.42578	-118.11328	584.26953	81.31294
49	2.90	6.93	-97.03951	788.11133	-163.45398	817.33032	-126.25854	471.74443	79.86474
50	1.83	6.77	13.05696	829.69141	-147.19739	855.41309	-12.66504	434.03906	85.87588
51	1.00	7.47	-26.10016	647.28369	-85.88704	658.06519	-36.88208	347.47363	82.88477
52	0.30	7.03	49.31723	688.49268	-62.15961	694.48120	43.32837	325.57642	84.49870
53	9.53	0.43	126.83316	1078.46045	15.41849	1078.70996	126.58350	476.06323	-89.67199
54	8.70	1.13	89.83667	1105.49951	34.14983	1106.64624	88.68970	508.97827	-85.77542
55	9.17	2.47	95.34726	1100.16479	41.45256	1101.87158	93.64014	504.11572	-87.6416
56	8.10	3.40	1.64667	1144.24170	46.25690	1146.11108	-0.22290	573.16699	-87.68547
57	8.23	4.80	-11.84396	1111.16797	22.71071	1111.62471	-12.30298	561.96484	-88.86193
58	6.97	5.37	-81.84834	1162.41797	-10.75268	1162.51050	-81.94116	627.22583	85.58438
59	6.73	6.73	-85.41536	1065.49780	-47.04285	1067.41724	-87.33521	577.47622	87.68525
60	5.37	6.97	-91.82048	1096.38428	-97.13411	1104.27222	-99.78474	601.88545	85.58545

ENTO	X-BARIC	Y-BARIC	X-TENSION	Y-TENSION	XY-TENSION	TENSION-MAX	TENSION-MIN	TAUNMAX	DIRECTION
61	4.80	8.23	-86.13066	945.13403	-104.38272	955.59302	-96.59009	526.09155	87.27195
62	3.40	8.10	-22.44086	963.98193	-125.82674	979.77881	-38.23779	509.00830	82.89450
63	2.47	9.17	-41.13971	802.80591	-88.51846	811.98999	-50.32397	431.15698	84.07534
64	1.13	8.70	41.60892	840.65049	-68.20261	846.30579	35.82935	405.30322	85.15620
65	0.43	9.53	-0.91193	770.93042	-30.07326	772.10010	-2.08203	387.09106	87.77208
66	11.27	0.43	68.70070	1059.08350	13.92778	1059.27905	68.50513	495.38696	-89.19444
67	12.13	1.57	73.12862	1052.64233	18.56216	1052.99365	72.77686	490.10840	-88.91473
68	10.87	2.90	27.22946	1075.78491	33.19916	1076.83472	26.17944	525.32764	-88.18832
69	11.30	4.70	23.19334	1070.53320	28.08365	1071.28540	22.44067	524.42236	-88.46512
70	9.73	5.67	-34.93188	1105.89160	19.79543	1106.23462	-35.27515	570.75488	-89.10621
71	9.70	7.47	-39.56532	1068.05127	-3.24382	1068.06055	-39.57471	553.81763	89.83220
72	7.97	7.97	-66.49429	1096.79980	-34.48808	1097.82104	-67.51587	582.66846	88.30333
73	7.47	9.70	-63.14537	1015.85254	-51.96002	1018.34863	-65.64160	541.99512	87.2493
74	5.67	9.73	-42.08009	1031.40015	-79.06178	1037.19165	-47.87183	542.53174	85.81029
75	4.70	11.30	-40.41064	928.51929	-68.53569	933.34277	-45.23438	489.28857	85.97398
76	2.90	10.87	12.45344	945.14233	-67.52551	950.00537	7.59033	471.20752	85.88048
77	1.57	12.13	-7.44005	867.54883	-35.05324	868.95044	-8.84204	438.89624	87.70953
78	0.43	11.27	36.88843	884.33203	-27.16689	885.20166	36.01855	424.59155	88.16577
79	15.87	0.77	43.97136	1027.03540	6.22201	1027.07446	43.93188	491.57129	-89.63737
80	14.43	1.90	28.18555	1036.97021	14.60524	1037.18164	27.97412	504.60376	-89.17070
81	15.30	4.13	30.81273	1037.33228	18.14470	1037.65894	30.48560	503.58667	-89.9670
82	13.43	5.60	-7.17094	1056.14844	20.24635	1056.53345	-7.55640	532.04492	-88.9095
83	13.70	8.00	-10.45577	1046.29175	11.68459	1046.42065	-10.58472	528.50269	-89.30658
84	11.53	8.90	-38.37712	1069.64355	-2.47479	1069.64868	-38.38257	554.01563	89.87202
85	11.23	11.23	-36.51306	1034.08350	-17.11989	1034.35693	-36.78662	535.57178	89.98409
86	8.90	11.53	-38.28896	1049.55273	-37.97841	1050.87671	-39.61304	545.24487	89.80254
87	8.00	13.70	-32.85442	991.80200	-41.78828	993.50317	-34.55591	514.02954	87.66947
88	5.60	13.43	-6.05972	1000.73315	-49.78218	1003.18848	-8.51514	505.85181	87.17612
89	4.13	15.30	-11.73078	938.94580	-35.51862	940.27075	-13.05591	476.66333	87.85331
90	1.90	14.43	22.84485	954.22425	-27.23921	955.02490	22.04883	466.48804	88.52623
91	0.77	15.87	6.07385	925.80298	-11.43452	925.94482	5.93164	460.00659	89.26781
92	19.00	0.77	19.40488	1018.84668	5.80623	1018.88086	19.37061	499.75513	-89.66371
93	20.57	2.73	20.26021	1012.64404	7.53580	1012.70093	20.20288	496.24902	-89.55494
94	18.30	4.97	3.37354	1026.09985	12.83410	1026.26099	3.21216	511.52441	-89.24033
95	19.13	8.03	1.18141	1018.08350	13.84076	1018.27148	0.99316	508.63916	-89.22035
96	16.40	9.60	-15.76920	1039.43408	7.66232	1039.48950	-15.82495	527.65723	-89.08397
97	16.47	12.73	-17.28217	1024.93433	0.29861	1024.93408	-17.28223	521.10815	-89.84358
98	13.47	13.47	-23.95623	1039.86377	-12.53876	1040.01123	-24.11377	532.06250	89.82480
99	12.73	16.47	-19.17468	1013.90771	-19.58307	1014.27832	-19.54541	516.91187	85.91441
100	9.60	16.40	-11.61177	1020.31616	-29.45149	1021.15576	-12.45166	516.80371	88.86653
101	8.03	19.13	-3.97315	988.33472	-28.37244	989.14502	-4.78369	496.96436	88.3535
102	4.97	18.30	10.85812	994.27563	-24.92941	994.90674	10.22656	492.34009	88.14880
103	2.73	20.57	10.46852	966.03687	-13.41310	966.22510	10.28027	477.97241	89.19595
104	0.77	19.00	21.12350	970.95215	-10.78029	971.07422	21.00098	475.03662	89.64981
105	24.87	1.97	3.23746	1007.33154	7.75936	1007.39111	3.17773	502.10669	-89.55727
106	27.30	4.47	-1.11913	977.66138	2.90082	977.66968	-1.12769	489.39868	-89.73018
107	23.83	8.30	5.86145	1015.67920	11.06440	1015.80005	5.74048	505.02979	-89.57231
108	26.53	11.33	-3.41589	995.72290	6.07260	995.75952	-3.45288	499.60620	-89.65178
109	24.40	14.83	0.92686	1010.73999	5.09819	1010.76538	0.90112	504.93213	-89.71074
110	19.77	15.20	-7.88524	1021.00830	-0.12550	1021.00806	-7.88501	514.44653	89.99301
111	19.23	19.23	-8.26764	1009.25733	-4.24982	1009.28467	-8.28516	508.78491	89.76070
112	15.20	19.77	-3.54433	1016.63184	-13.03626	1016.79810	-3.71069	510.25439	89.28801
113	14.83	24.40	-4.07998	998.13281	-12.24020	998.28198	-4.22925	501.25562	89.30837
114	11.33	26.53	19.82933	1003.57446	-12.21141	1003.72559	19.87773	492.02397	89.28891
115	8.30	23.83	7.62419	993.67456	-19.18178	994.04736	7.25028	493.39819	88.83597
116	4.47	27.30	46.30116	998.24268	-6.13082	998.28174	46.26172	476.01001	89.63101
117	1.97	24.87	20.13066	993.51743	-10.79077	993.63672	20.01123	486.81274	89.36493
118	27.87	18.50	-3.25131	997.26055	5.18793	997.57031	-3.26123	500.41577	-89.81891
119	26.60	22.23	-0.54568	1004.26782	1.41648	1004.26953	-0.54785	502.40869	-89.91922
120	22.60	22.60	-1.78140	1007.82349	-2.98910	1007.83203	-1.79004	504.81104	89.83037
121	22.23	26.60	-2.97601	1000.13940	-3.73922	1000.15308	-2.98999	501.57123	89.78592
122	18.50	27.87	9.43074	1006.18481	-7.49810	1006.24097	9.37427	498.43335	89.5572
123	28.73	26.23	-0.60034	998.65283	0.07253	998.65259	-0.60034	499.62646	-89.9983
124	26.23	28.73	2.20219	1003.08667	-1.73669	1003.08936	2.19922	500.44507	89.99057

P. NODAL	X-TENSION	Y-TENSION	XY-TENSION	TENSION -MAX	TENSION -MIN	TAUMAX	DIRECCION
1	232.46086	2499.10498	-107.52980	2504.19385	227.37158	1138.41113	87.28999
2	271.67798	2394.43384	-251.86922	2423.90918	242.20264	1090.85327	83.32520
3	261.32715	1630.51685	-383.69507	1730.70972	161.13403	784.78784	75.36533
4	141.91838	873.27490	-362.22290	1022.30591	-7.11304	514.70947	67.63600
5	-146.93286	352.58740	-241.15616	450.01074	-244.35632	347.18335	68.00206
6	-533.20728	128.76601	-118.92097	149.48132	-553.92236	351.70166	80.11850
7	-611.73389	80.01268	-56.65318	84.62158	-616.34277	350.48218	85.34885
8	209.44786	1672.73486	-37.82979	1673.71191	208.47070	732.62061	88.52007
9	283.15356	1670.20313	-66.88806	1673.42090	279.93555	696.74268	87.24553
10	217.25526	1574.71729	-161.22798	1593.60352	198.36865	697.61743	83.31871
11	37.68227	1279.23901	-253.96338	1329.17871	-12.25781	670.71826	78.87514
12	-118.46098	844.46069	-279.61792	919.76758	-193.76807	556.76782	74.92664
13	-191.48611	405.23584	-226.62874	481.54761	-267.79785	374.67261	71.39024
14	-170.67770	186.85495	-111.82608	218.94980	-202.77255	210.86108	73.98611
15	-152.74471	217.57816	-56.46432	225.99603	-161.16260	193.57922	81.52054
16	272.82178	1368.83813	13.26988	1368.99854	272.66113	548.16870	-89.30643
17	204.47491	1371.31738	28.64895	1371.99097	203.80103	584.09497	-88.62376
18	-0.84921	1339.80615	-38.22446	1340.89478	-1.93823	671.41650	88.33615
19	-147.68103	1166.49829	-166.67639	1187.30786	-163.49097	677.89941	82.88332
20	-161.89896	845.37817	-248.76611	903.46558	-219.98657	561.72607	76.85674
21	-87.21011	526.33032	-196.93599	584.10303	-144.98291	364.54297	73.65047
22	-42.94705	403.81030	-93.82062	422.71289	-61.84999	242.28137	78.60861
23	209.17397	1184.20728	27.04811	1184.95679	208.42407	488.26636	-88.41220
24	195.24231	1201.40356	42.86995	1203.22656	193.41895	504.90381	-87.56465
25	57.26527	1229.46826	44.91190	1231.18628	55.54712	587.81958	-87.80904
26	-103.77612	1207.11255	-41.03943	1208.39600	-105.05957	656.72778	88.20860
27	-143.15082	1073.11694	-154.96980	1092.55151	-162.58569	627.56860	82.85184
28	-83.59621	806.46289	-188.13831	844.59692	-121.73071	483.16382	75.54178
29	-6.96433	613.44409	-110.15051	632.42017	-25.94067	329.18042	80.22527
30	13.33711	537.45777	-62.15971	594.12012	6.68457	293.71777	83.89104
31	144.44933	1121.53296	29.14764	1122.40137	143.58057	489.41040	-88.29282
32	87.48201	1140.03857	46.25931	1142.06738	85.45313	528.30713	-87.48833
33	-34.27322	1162.56909	20.67931	1162.92603	-34.63062	598.77832	-89.01042
34	-108.49582	1117.06421	-64.74698	1120.48871	-109.82251	615.15161	86.97911
35	-89.40562	980.76489	-132.43204	996.90918	-105.55029	551.22974	83.04939
36	-23.14912	811.46753	-113.18094	826.54321	-38.22485	432.38403	82.41273
37	12.71446	732.30566	-61.58063	737.53711	7.488291	365.02710	85.14383
38	96.65901	1089.51680	14.67513	1089.73755	96.41772	486.65791	-89.13611
39	82.44550	1078.66675	26.11832	1074.35059	81.76123	498.79468	-88.49922
40	13.30034	1101.23779	31.91640	1102.17310	12.36499	544.90405	-88.32106
41	-60.93300	1104.58740	-8.83688	1104.65405	-60.99976	582.82690	89.56561
42	-74.45735	1053.43433	-69.61155	1057.64087	-78.66431	568.15259	86.51163
43	-37.45270	940.43018	-88.97510	948.45972	-45.48267	496.97119	84.84322
44	2.53108	849.26147	-52.75662	852.53564	-0.74316	426.63940	86.44841
45	16.53441	829.83154	-28.62007	830.83716	15.52856	407.65430	87.98705
46	55.21758	1043.56726	13.32930	1043.74170	55.03809	494.35181	-89.22746
47	29.74030	1054.05566	22.14020	1054.53369	29.26221	512.63574	-88.76233
48	-21.96523	1069.68750	12.34856	1069.82690	-22.10474	545.96582	-89.35199
49	-49.94733	1059.94995	-24.54416	1060.49219	-50.48975	555.49097	88.73378
50	-37.39287	1007.57593	-54.85098	1010.44702	-40.26440	525.35571	87.00348
51	-5.97369	938.28857	-47.27567	940.64917	-8.33472	474.49194	87.14095
52	11.16505	905.58032	-25.22346	906.29077	10.45435	447.91821	88.38589
53	31.07793	1023.34985	6.04412	1023.38623	31.04150	496.17236	-89.65102
54	25.02405	1027.27808	10.87134	1027.39575	24.90650	501.24487	-89.37862
55	-1.77127	1037.52710	14.07214	1037.71729	-1.96191	519.83960	-89.22440
56	-27.91244	1043.44434	-2.08132	1043.44800	-27.01636	535.23218	89.88860
57	-27.72925	1029.55859	-26.40997	1030.21753	-28.38892	529.30322	88.56999
58	-9.85088	991.57715	-34.97372	992.79688	-11.07080	501.93384	88.00224
59	7.59749	957.57884	-20.55252	958.02295	7.15332	475.43481	88.76118
60	12.84620	949.49902	-11.10741	949.63062	12.71460	468.45801	89.32068

P. NODAL	X-TENSION	Y-TENSION	XY-TENSION	TENSION -MAX	TENSION -MIN	TALMAX	DIRECCION
61	14.88208	1011.43384	7.05379	1011.48364	14.83228	498.32568	-89.59447
62	3.75497	1011.32007	9.32587	1011.40601	3.66870	503.86865	-89.46973
63	-6.02412	1020.50244	6.27305	1020.54053	-6.06250	513.30151	-89.64987
64	-14.04516	1021.97070	-8.20580	1022.03540	-14.11011	518.07275	89.54622
65	-4.33699	1005.72290	-19.15379	1006.08569	-4.69995	505.39282	88.91402
66	12.42527	991.51196	-17.13638	991.81152	12.12549	489.84302	88.99759
67	15.78338	976.35425	-11.66139	976.49561	15.64160	480.42700	89.30455
68	1.74501	986.79004	5.33009	986.81860	1.71606	492.55127	-89.68997
69	1.65986	989.50824	6.67927	989.55347	1.61450	493.96948	-89.61261
70	-1.08469	997.07642	4.78958	997.09912	-1.10742	499.10327	-89.72507
71	-4.68258	1009.53589	0.39136	1009.53564	-4.68262	507.10913	-89.97789
72	-2.97735	1007.69507	-7.29211	1007.74731	-3.03003	505.38867	89.58662
73	13.68645	1001.23462	-10.64990	1001.34912	13.57178	493.88867	89.38220
74	30.61095	997.41772	-12.50800	997.57935	30.44897	483.56519	89.25890
75	38.24884	995.13647	-8.46079	995.21094	38.17432	478.51831	89.49344
76	-1.17046	998.44604	1.56231	998.44824	-1.17285	499.81055	-89.91045
77	-1.68321	1004.33252	-1.39520	1004.33423	-1.68530	503.00977	89.92053
78	5.14984	1002.00366	-4.32467	1002.02222	5.13110	498.44556	89.75143
79	1.49691	999.76831	-0.83208	999.76880	1.49634	499.13623	89.95224

***** FIN DEL PROGRAMA CALCULO DE ESFUERZOS Y DEFORMACIONES ALREDEDOR DE UNA ABERTURA SUBTERRANEA *****

EJEMPLO # 2: TUNEL CIRCULAR PROFUNDO

ELABORACION GRAFICA DE LOS RESULTADOS

- * MODELO DE ELEMENTOS FINITOS
- * DESPLAZAMIENTOS
- * ESFUERZOS PRINCIPALES MINIMOS
- * ESFUERZOS PRINCIPALES MAXIMOS
- * ESFUERZOS DE CORTE MAXIMO

MODELO

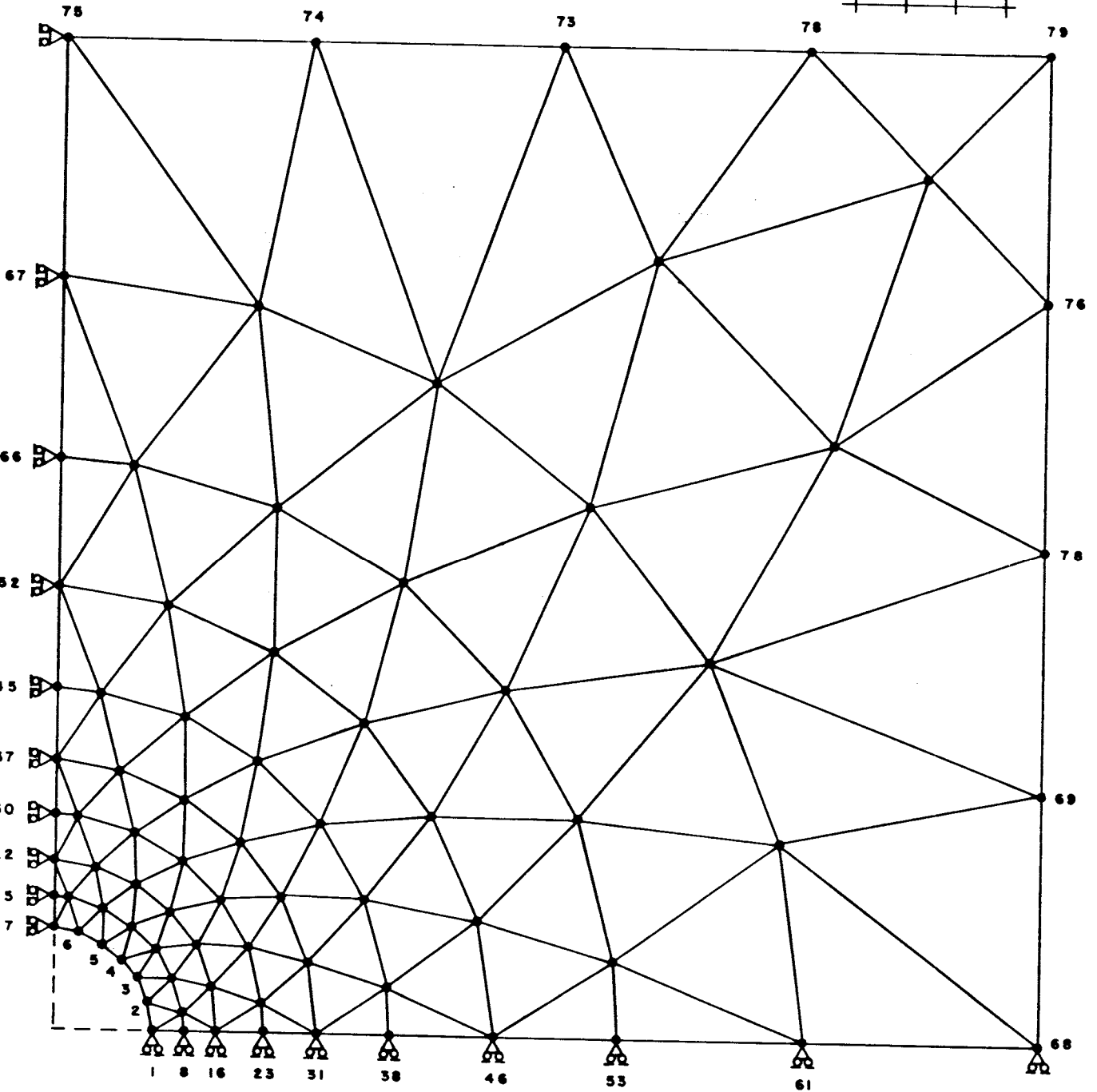


FIG -8-

DESPLAZAMIENTOS

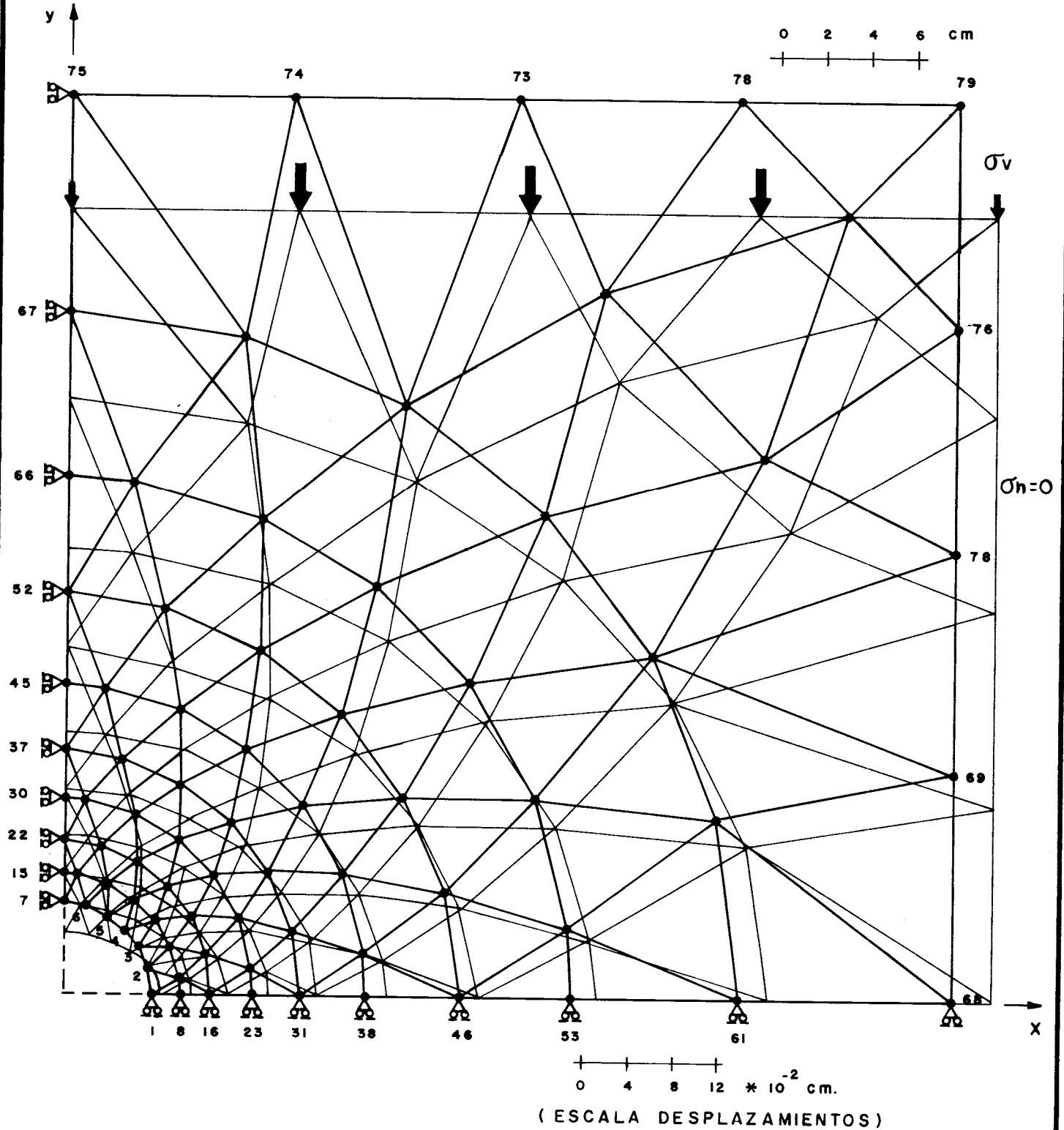


FIG-9-

ESFUERZOS PRINCIPALES MINIMOS.

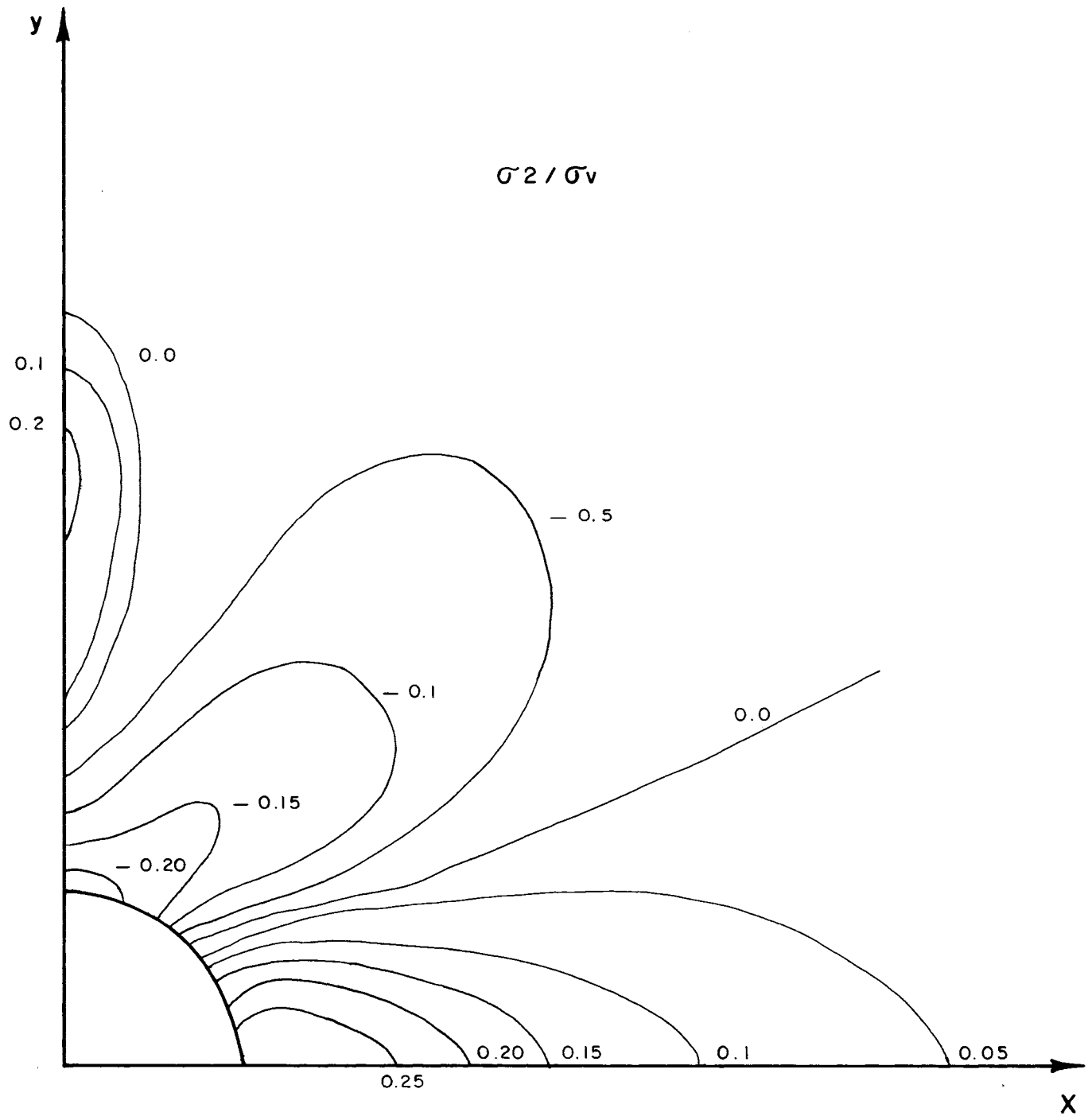


FIG-10-

ESFUERZOS PRINCIPALES MAXIMOS.

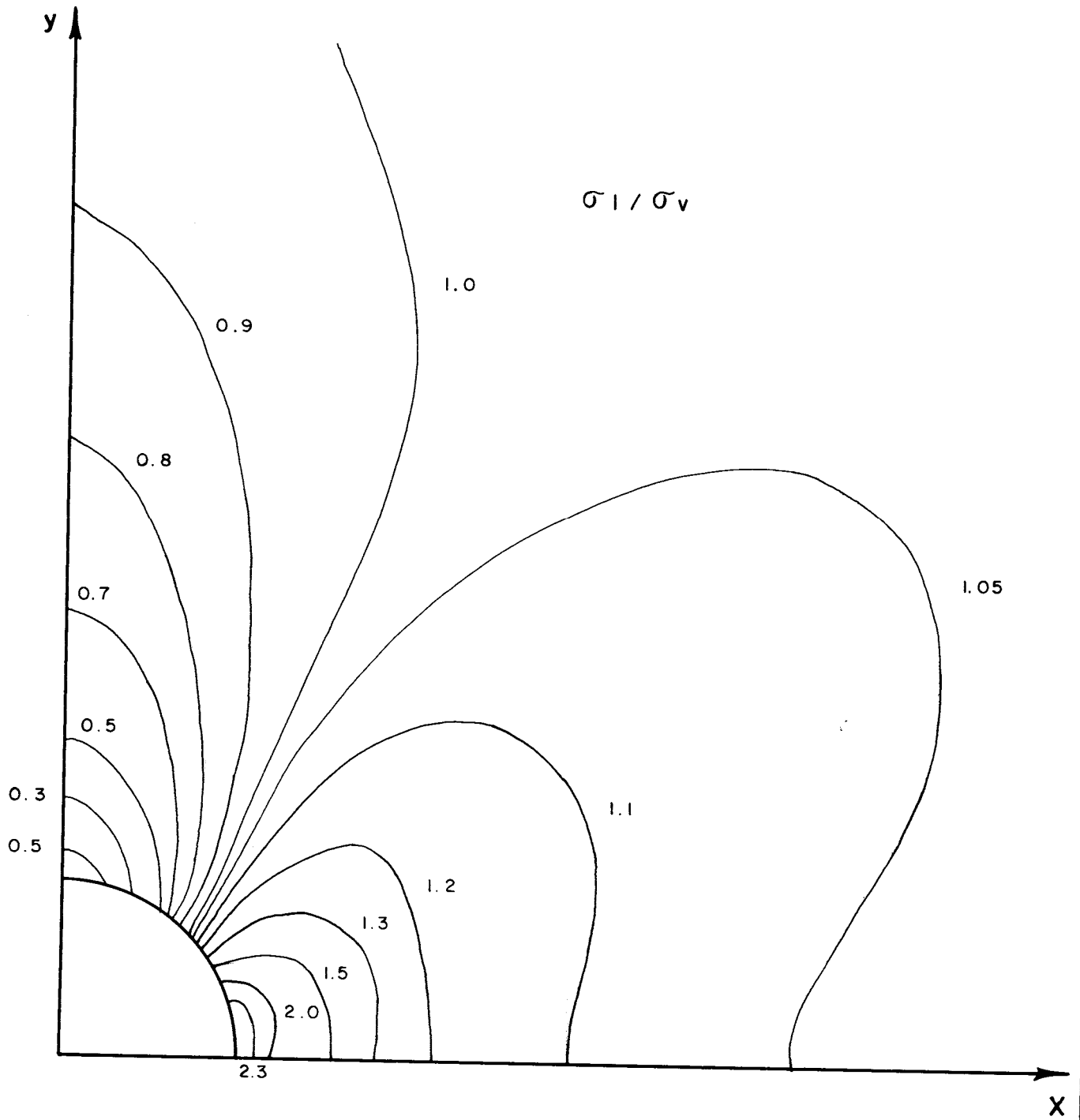


FIG -II-

ESFUERZOS DE CORTE MAXIMO

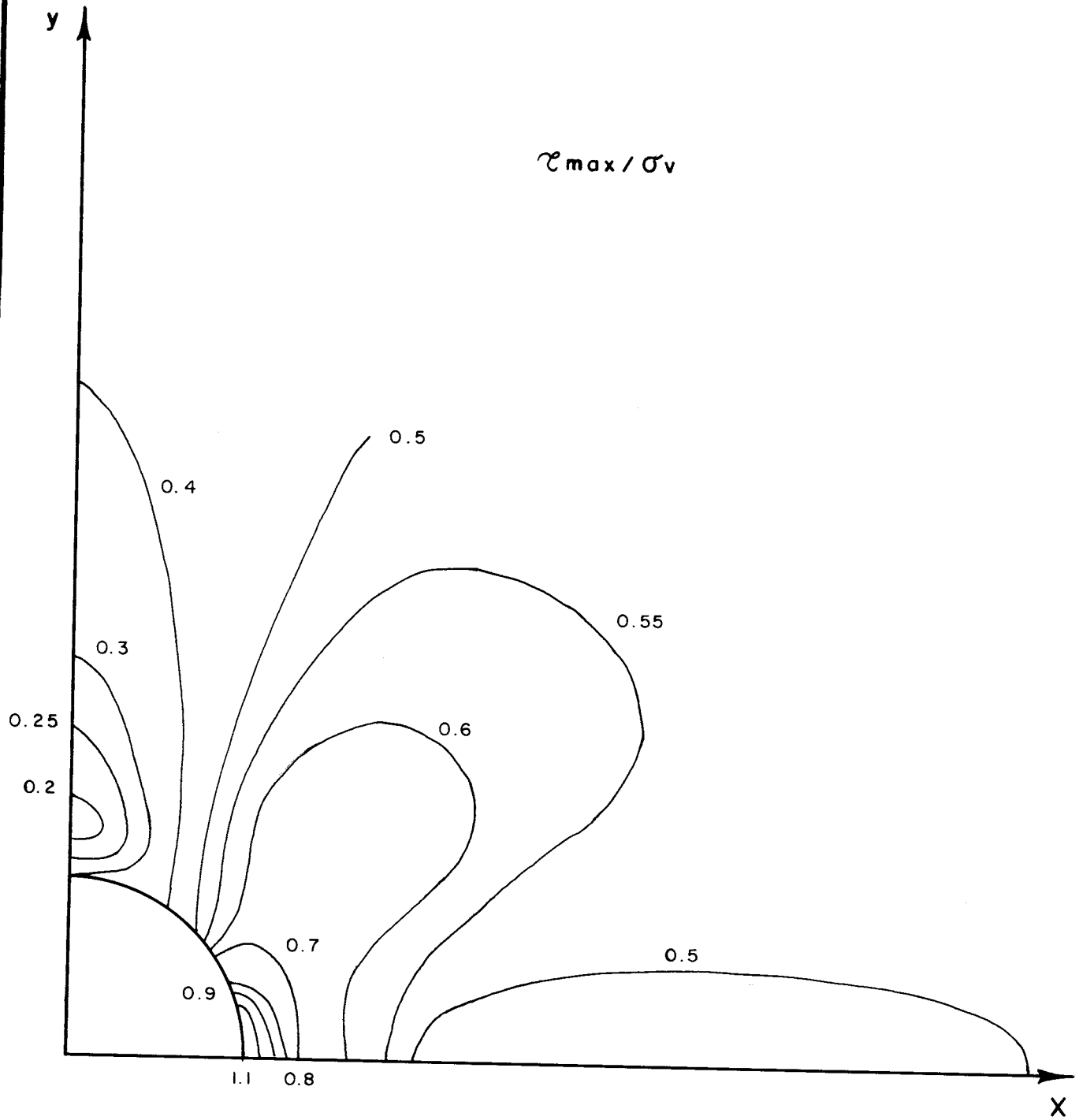


FIG-12-