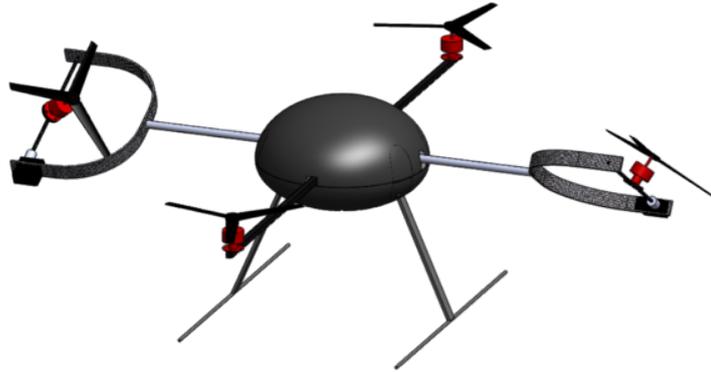




INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO  
Universidade Técnica de Lisboa



## Projecto Preliminar de um Quadrirotor

Desenho, Análise e Optimização de Plataforma com Múltiplos Graus de Liberdade

**Filipe Meireles de Sousa Pedro**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em

**Aeronáutica Militar**  
na especialidade de **Engenharia Aeronáutica**

### **Júri**

Presidente: Prof. Doutor Fernando José Parracho Lau

Orientador: Prof. Doutor Filipe Szolnoky Ramos Pinto Cunha

Vogal: Prof. Doutor João Manuel Gonçalves de Sousa Oliveira

**Outubro de 2009**



*Aos meus Pais, à minha Mana  
e à Cláudia*



# Resumo

Esta tese teve por objectivo o projecto de um quadrirotor não convencional, possuidor de um maior número de graus de liberdade a partir de rotores com capacidade de variação de posição, com o intuito de proporcionar uma plataforma para o teste e estudo deste conceito.

Foram realizados ensaios experimentais com vários rotores disponíveis comercialmente, com vista a seleccionar o de melhor desempenho. Os ensaios efectuados envolveram rotores abertos, bem como a utilização de uma conduta que foi construída, para estudar a sua influência na propulsão, potência e ruído produzidos. Estes últimos forneceram resultados bastante aquém dos que foram publicados na literatura.

Tendo um carácter mais académico, foi realizado um estudo de optimização de um possível rotor a ser utilizado, através da utilização de um modelo aerodinâmico baseado na *Blade Element Momentum Theory* e de um algoritmo genético, onde foram obtidos resultados satisfatórios, sugerindo uma elevada robustez deste método.

Após a selecção dos componentes a serem incorporados, dimensionou-se a estrutura do quadrirotor a partir de um conceito inicial e através de um código de elementos finitos (*ANSYS*<sup>®</sup>). Após a integração de todos os componentes, obteve-se uma aeronave com um peso máximo de aproximadamente 1500g e uma autonomia de 10–14 minutos.

Por fim, foram efectuadas estimativas do desempenho do quadrirotor em subida e em voo de nível.

**PALAVRAS-CHAVE:** Projecto, Quadrirotor, Rotores de Posição Variável, Conduitas, Optimização, BEMT, Algoritmos Genéticos, Análise Estrutural, ANSYS



# Abstract

This thesis was aimed at the design of an unconventional quadrotor, that possessed a greater number of degrees of freedom through rotors with variable-position capability, in order to provide a platform for testing and study of this concept.

Experimental tests were conducted with several commercially available rotors, in order to select the one with the best performance. The tests that were performed involved open rotors, as well as the use of a shroud that was built to study its influence on the generated propulsion, power and noise. The results obtained by the latter were not as good as those published in other works.

In a more academic approach, a study was made for the optimization of an hypothetical rotor, through the use of an aerodynamic model based on the Blade Element Momentum Theory and a Genetic Algorithm. Satisfactory results were obtained, suggesting that this method is a robust tool.

After selecting the components to be incorporated, the structure of the quadrotor was designed and sized based on an initial concept and using a finite elements software (*ANSYS*<sup>®</sup>). After the final integration of all the components, an aircraft with a maximum weight of about 1500 g and a maximum flight time of 10 to 14 minutes was obtained.

Finally, estimates were made on the performance of quadrotor in climb and forward flight.

**KEYWORDS:** Project, Quadrotor, Variable-Position Rotors, Shrouds, Optimization, BEMT, Genetic Algorithms, Structural Analysis, ANSYS



# Agradecimentos

Desejo agradecer em primeiro lugar ao Professor Filipe Cunha, por me ter proposto este tema de dissertação e pela sua orientação ao longo do trabalho. Em alturas de maior deriva, soube sempre apontar-me na direcção certa.

Ao Engenheiro Severino Raposo, por ter proposto ao IST o conceito aqui estudado, para além de todo apoio que me deu, tendo-se mostrado sempre muito interessado e disposto a ajudar, facultando-me sempre qualquer informação que eu necessitasse.

Ao Laboratório de Aeronáutica da Academia da Força Aérea, principalmente na fase de construção da estrutura de suporte e conduta usadas nos ensaios experimentais, pela disponibilização de espaço e equipamentos. Em especial, à Major Madruga Matos, pelo acompanhamento efectuado na qualidade de directora de curso, e ao Capitão Costa, pela sua ajuda e disponibilidade na oficina.

Ao Professor Agostinho Fonseca, pela disponibilização dos equipamentos utilizados durante os ensaios experimentais efectuados no Laboratório de Mecânica Aplicada, bem como por todos os conselhos e sugestões que me deu. Apesar de não se encontrar envolvido neste trabalho, mostrou-se sempre muito interessado, tendo contribuído para a realização do mesmo.

Aos meus camaradas de curso, em especial ao Ivo Pires, Bruno Serrano e Tiago Oliveira. Foi um longo caminho que percorremos até aqui. Obrigado por todas as conversas e momentos juntos, que foram sempre focos de *brainstorming* que contribuíram para moldar a tese na forma que hoje apresenta. Pude contar sempre com o vosso apoio e tenho muita sorte em poder chamar-vos de amigos.

À minha família, especialmente aos meus pais, sem os quais não seria o que sou hoje. Obrigado por todo o apoio e força que desde sempre me deram. Devo-vos tudo e é a vocês, mais do que a qualquer outra pessoa, que dedico esta tese.

À Cláudia, uma luz brilhante que entrou na minha vida durante o nevoeiro e escuridão da tese. Obrigada pela tua compreensão nos dias em que não pude estar contigo, por ter de dar atenção à minha "outra". A inspiração e força que me deste foram importantes para continuar em frente, principalmente nos momentos mais difíceis.

Por fim, a todos as pessoas que não foram mencionadas, mas que, de uma forma ou outra, contribuíram para a realização desta tese.



# Índice

Resumo . . . . .	v
Abstract . . . . .	vii
Agradecimentos . . . . .	ix
Lista de Figuras . . . . .	xvii
Lista de Tabelas . . . . .	xx
Nomenclatura . . . . .	xxiv
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Enquadramento . . . . .	1
1.2 Os Quadrirotores . . . . .	2
1.3 Objectivo . . . . .	2
1.4 Requisitos . . . . .	3
1.5 Estrutura . . . . .	3
<b>2 Revisão Bibliográfica</b>	<b>5</b>
2.1 Quadrirotores Existentes . . . . .	5
2.2 <i>Autonomous Locomotion Individual Vehicle (ALIV)</i> . . . . .	6
2.3 Teoria do Momento Linear . . . . .	8
2.4 <i>Blade Element Theory</i> . . . . .	11
2.5 <i>Blade Element Momentum Theory</i> . . . . .	13
2.6 Algoritmos Genéticos . . . . .	15
2.6.1 Selecção . . . . .	16
2.6.2 Emparelhamento . . . . .	17
2.6.3 Acasalamento . . . . .	17
2.6.4 Mutação . . . . .	18
<b>3 Análise Aerodinâmica de Rotores</b>	<b>19</b>
3.1 Ensaios de Rotores Disponíveis no Mercado . . . . .	19
3.1.1 Rotores Utilizados . . . . .	19
3.1.2 Montagem Experimental . . . . .	21

3.1.3	Estudo dos Erros de Medição . . . . .	23
3.1.4	Resultados . . . . .	24
3.1.5	Discussão . . . . .	26
3.2	Ensaio de Rotor com Conduta . . . . .	28
3.2.1	Construção . . . . .	29
3.2.2	Montagem Experimental . . . . .	30
3.2.3	Resultados . . . . .	31
3.2.4	Discussão . . . . .	32
<b>4</b>	<b>Design do Rotor Optimizado</b>	<b>35</b>
4.1	Modelo Aerodinâmico do Rotor (BEMT.m) . . . . .	35
4.1.1	Implementação . . . . .	36
4.1.2	Validação . . . . .	36
4.2	Algoritmo Genético (GA.m) . . . . .	38
4.2.1	Implementação . . . . .	39
4.2.2	Validação . . . . .	40
4.3	Optimização . . . . .	42
4.3.1	Parâmetros escolhidos . . . . .	42
4.3.2	Métodos Escolhidos . . . . .	44
4.3.3	Resultados . . . . .	45
4.3.4	Discussão . . . . .	46
<b>5</b>	<b>Escolha de Componentes</b>	<b>51</b>
5.1	Grupo Propulsor . . . . .	51
5.2	Servo-Mecanismos . . . . .	52
5.3	Aviônicos . . . . .	56
5.4	<i>Payload</i> . . . . .	57
5.5	Bateria . . . . .	57
<b>6</b>	<b>Projecto Estrutural</b>	<b>61</b>
6.1	Conceito Inicial . . . . .	61
6.2	Carregamentos . . . . .	62
6.3	Materiais . . . . .	64
6.4	Estudo em Elementos Finitos . . . . .	67
6.4.1	Braço Fixo . . . . .	67
6.4.2	Braço Móvel . . . . .	68
6.4.3	Trem de Aterragem . . . . .	71
6.4.4	Placa Central . . . . .	74

<b>7</b>	<b>Integração Final</b>	<b>77</b>
7.1	Aspecto Geral . . . . .	77
7.2	Estrutura Central . . . . .	78
7.3	Aviônicos e componentes electrónicos . . . . .	80
7.4	Braço Fixo e Braços Móveis . . . . .	80
7.5	Fuselagem . . . . .	81
7.6	Ligações eléctricas . . . . .	82
<b>8</b>	<b>Estimativas de Desempenho</b>	<b>85</b>
8.1	Desempenho em Subida . . . . .	85
8.2	Desempenho em Voo de Nível . . . . .	86
<b>9</b>	<b>Conclusões e Trabalhos Futuros</b>	<b>91</b>
9.1	Conclusões . . . . .	91
9.2	Trabalhos Futuros . . . . .	93
	<b>Bibliografia</b>	<b>95</b>
<b>A</b>	<b>Procedimentos dos Ensaios Experimentais</b>	<b>99</b>
<b>B</b>	<b>Resultados dos Ensaios Experimentais</b>	<b>101</b>
<b>C</b>	<b>Distribuições de Corda e Torção dos Rotores Disponíveis no Mercado</b>	<b>105</b>
<b>D</b>	<b>Implementação da BEMT (BEMT.m)</b>	<b>107</b>
<b>E</b>	<b>Algoritmo Genético (GA.m)</b>	<b>113</b>



# Lista de Figuras

2.1	Draganflyer V . . . . .	6
2.2	md4-200 . . . . .	6
2.3	Draganflyer X4 . . . . .	6
2.4	Draganflyer X6 . . . . .	6
2.5	X-4 Flyer Mark II . . . . .	6
2.6	<i>Autonomous Locomotion Individual Vehicle</i> (ALIV) . . . . .	7
2.7	<i>Autonomous Locomotion Individual Vehicle</i> (ALIV) . . . . .	7
2.8	Modelo da teoria do momento linear . . . . .	8
2.9	Visualização do escoamento de um rotor pequeno ( $D = 2.36cm$ ) . . . . .	10
2.10	Modelo do escoamento num <i>fan-in-fin</i> . . . . .	10
2.11	Modelo da <i>Blade Element Theory</i> . . . . .	12
2.12	Modelo da <i>Blade Element Momentum Theory</i> (vista de topo e lateral) . . . . .	13
2.13	Diferentes métodos de procura do máximo de uma função . . . . .	15
2.14	Esquema da população utilizada num algoritmo genético . . . . .	16
3.1	Os vários rotores utilizados nos ensaios experimentais . . . . .	20
3.2	Distribuições da corda e ângulo de torção dos rotores utilizados . . . . .	21
3.3	Montagem experimental . . . . .	22
3.4	Motores eléctricos utilizados nos ensaios experimentais . . . . .	22
3.5	Coefficientes adimensionais de propulsão e de potência em função da velocidade de rotação	25
3.6	Valores médios de $C_T$ e $C_P$ para cada rotor (as barras de erro representam o desvio-padrão)	26
3.7	Gráficos da propulsão produzida em função de vários parâmetros e da potência consumida	27
3.8	Eficiência do rotor e carregamento de potência . . . . .	28
3.9	Eficiência do rotor calculada com os valores médios de $C_T$ e $C_P$ . . . . .	28
3.10	Parâmetros geométricos da conduta e os seus valores ideais . . . . .	29
3.11	Aspecto final da conduta . . . . .	29
3.12	Montagem experimental para o estudo do <i>thrust</i> . . . . .	30
3.13	Pormenor do rotor dentro da conduta . . . . .	30
3.14	Montagem experimental usada para os ensaios de ruído . . . . .	31

3.15	Comparação dos resultados com e sem conduta . . . . .	32
3.16	Espectros de ruído obtidos . . . . .	33
4.1	Estudo de convergência da solução . . . . .	38
4.2	Valores experimentais de $C_l$ do perfil NACA0012, para vários números de Reynolds . . . . .	40
4.3	Funções de teste para validação do GA . . . . .	41
4.4	Evolução da solução das funções . . . . .	41
4.5	Evolução da solução da optimização de 4 variáveis, numa das corridas efectuadas . . . . .	45
4.6	Evolução da solução da optimização de 7 variáveis, numa das corridas efectuadas . . . . .	46
4.7	Evolução do valor das variáveis do melhor indivíduo de cada geração, nas várias corridas efectuadas da optimização com 4 variáveis . . . . .	47
4.8	Evolução do valor das variáveis do melhor indivíduo de cada geração, nas várias corridas efectuadas da optimização com 7 variáveis . . . . .	49
4.9	Carregamento de potência em função do <i>thrust</i> , para o rotor 5 e rotores optimizados . . . . .	50
5.1	Esquema de um giroscópio (imagem retirada do MIT OpenCourseWare) . . . . .	53
5.2	Momentos gerados nos eixos de rotação, como função do ângulo $\theta$ . . . . .	55
5.3	Arduino Duemilanove . . . . .	56
5.4	XBee Shield . . . . .	56
5.5	Acelerómetro tri-axial . . . . .	56
5.6	Bússola electrónica bi-axial . . . . .	56
5.7	Câmara de visão térmica/infra-vermelha . . . . .	57
5.8	Micro-câmara de vídeo . . . . .	57
5.9	Peso da bateria em função da sua capacidade . . . . .	59
5.10	Corrente consumida em função da propulsão . . . . .	59
5.11	Autonomia em estacionário em função da capacidade da bateria . . . . .	60
6.1	Conceito inicial, modelado em <i>SolidWorks</i> <sup>®</sup> . . . . .	62
6.2	Modelo em <i>SolidWorks</i> <sup>®</sup> de uma hipotética conduta . . . . .	62
6.3	Vectores de propulsão nas diversas condições de voo . . . . .	63
6.4	Comparação dos custos de vários tipos de fibras . . . . .	65
6.5	Resistência ao impacto de vários tipos de fibras . . . . .	65
6.6	Perfil da viga e dimensões estudadas . . . . .	67
6.7	Modelo do braço fixo implementado em <i>ANSYS</i> <sup>®</sup> . . . . .	68
6.8	Distribuição da tensão máxima ao longo da viga deformada . . . . .	68
6.9	Distribuição da tensão máxima ao longo da vara do apoio do motor . . . . .	69
6.10	Modelo do braço móvel implementado em <i>ANSYS</i> <sup>®</sup> . . . . .	69
6.11	Distribuição da tensão de Von-Mises . . . . .	71

6.12	Critério de cedência de Tsai-Wu no garfo . . . . .	71
6.13	Modelo do trem implementado em <i>ANSYS</i> <sup>®</sup> . . . . .	72
6.14	Distribuição da tensão de Von-Mises ao longo do trem deformado . . . . .	73
6.15	Pormenor do critério de cedência de Tsai-Wu na zona de fixação do trem . . . . .	73
6.16	Modelo da placa central implementado em <i>ANSYS</i> <sup>®</sup> . . . . .	74
6.17	Mapa de tensões de Von-Mises na placa central . . . . .	75
6.18	Critério de cedência de Tsai-Wu ao longo da placa plana . . . . .	75
7.1	Modelo final do quadrirotor, feito em <i>SolidWorks</i> <sup>®</sup> . . . . .	77
7.2	Dimensões gerais do quadrirotor (valores em milímetros) . . . . .	78
7.3	Vistas da estrutura central e dos seus componentes . . . . .	79
7.4	Chumaceira escolhida . . . . .	79
7.5	Exemplos dos acoplamentos para os servo-mecanismos escolhidos . . . . .	79
7.6	Vistas dos aviónicos e dos componentes electrónicos . . . . .	80
7.7	Vistas dos aviónicos e dos componentes electrónicos . . . . .	81
7.8	Vistas dos aviónicos e dos componentes electrónicos . . . . .	81
7.9	Vistas dos aviónicos e dos componentes electrónicos . . . . .	82
8.1	Potência requerida em função da velocidade de subida . . . . .	86
8.2	Forças actantes em cada rotor da aeronave . . . . .	87
8.3	Potência total requerida em função da velocidade de translação . . . . .	89
C.1	<i>Curve-fitting</i> da distribuição de corda . . . . .	106
C.2	<i>Curve-fitting</i> da distribuição do ângulo de torção . . . . .	106
D.1	Fluxograma do código <i>BEMT.m</i> . . . . .	111
E.1	Fluxograma do código <i>GA.m</i> . . . . .	119



# Lista de Tabelas

3.1	Lista dos rotores utilizados . . . . .	20
3.2	Características técnicas de vários componentes da montagem experimental . . . . .	23
3.3	Média e desvio-padrão da média ( $\sigma_m$ ) dos valores de $C_T$ e $C_P$ para cada rotor . . . . .	25
3.4	Valores do ruído registado . . . . .	32
4.1	Características dos rotores usados para a validação do código . . . . .	37
4.2	Comparação dos resultados computacionais com os experimentais . . . . .	39
4.3	Comparação dos resultados computacionais com os rotores do capítulo 3 . . . . .	40
4.4	Características das funções de teste para validação do GA . . . . .	40
4.5	Resultados obtidos com as funções de teste . . . . .	42
4.6	Gama de valores possíveis para as variáveis a otimizar . . . . .	43
4.7	Resultados da optimização com 4 variáveis . . . . .	45
4.8	Resultados da optimização com 7 variáveis . . . . .	46
5.1	Características dos componentes do grupo propulsor . . . . .	52
5.2	Características do servo-mecanismo escolhido (operado a 4.8V) . . . . .	55
5.3	Características dos componentes aviónicos seleccionados . . . . .	57
5.4	Soma dos pesos dos vários componentes do quadrirotor . . . . .	59
5.5	Características da bateria escolhida . . . . .	60
6.1	Propriedades dos materiais considerados . . . . .	65
6.2	Propriedades para diferentes tipos de laminados com uma matriz de resina epoxy e $V_f = 0.6$ . . . . .	66
6.3	Tensões de rotura de diferentes tipos de laminados com uma matriz de resina epoxy e $V_f = 0.6$ . . . . .	66
6.4	Resultados das simulações do braço fixo . . . . .	68
6.5	Resultados das simulações do braço móvel . . . . .	70
6.6	Resultados das simulações do trem . . . . .	72
6.7	Resultados das simulações da placa central . . . . .	74

B.1	Resultados dos ensaios experimentais dos rotores (Motor DC) . . . . .	101
B.2	Resultados dos ensaios experimentais dos rotores (Motor <i>Brushless</i> ) . . . . .	102
B.3	Resultados dos ensaios experimentais dos rotores 1 e 5 com conduta . . . . .	103
C.1	Coefficientes da função $f(r)$ usada no <i>curve-fitting</i> das distribuições da corda . . . . .	105
C.2	Coefficientes da função $f(r)$ usada no <i>curve-fitting</i> das distribuições do ângulo de torção . . . . .	105

# Nomenclatura

## Símbolos Romanos

$A$	Área do disco do rotor
$a_w$	Parâmetro de contracção de esteira
$c$	Comprimento da corda da pá
$C_d$	Coefficiente de resistência
$C_l$	Coefficiente de sustentação
$C_P$	Coefficiente de potência
$C_T$	Coefficiente de <i>thrust</i>
$C_W$	Coefficiente de peso
$C_{d_0}$	Coefficiente de resistência do perfil
$C_{l_\alpha}$	Declive da zona linear da curva $C_l$ vs. $\alpha$
$C_{P_0}$	Coefficiente de potência de perfil
$C_{P_i}$	Coefficiente de potência induzida
$C_{P_p}$	Coefficiente de potência parasita
$D$	Diâmetro do rotor
$DL$	Carregamento de disco = $\frac{T}{A}$
$E$	Módulo de Elasticidade
$F$	Factor de perda da ponta pá de Prandtl
$FM$	Eficiência do rotor
$G$	Módulo de torção

$K$	Constante empírica da potência de perfil
$k$	Factor correctivo da potência induzida
$LA_{eq}$	Nível sonoro contínuo equivalente
$LC_{pico}$	Pico do nível de pressão sonora
$N_b$	Número de pás do rotor
$N_{gen}$	Número de gerações
$N_{keep}$	População seleccionada para acasalamento
$N_{pop}$	Tamanho da população
$P$	Potência consumida pelo rotor
$PL$	Carregamento de potência
$R$	Raio do rotor
$r$	Raio adimensional do rotor = $\frac{y}{R}$
$r_0$	Porção do rotor ocupada pelo <i>hub</i> ( <i>root-cut-out</i> )
$T$	Força de propulsão do rotor
$U$	Velocidade do escoamento em relação a um elemento de pá
$V_c$	Velocidade de subida
$v_i$	Velocidade induzida no plano do rotor
$W$	Peso do quadrirotor
$w$	Velocidade do escoamento no fim da esteira
$w_{max}$	Deformada máxima

### Símbolos Gregos

$\alpha$	Ângulo de ataque entre a pá e o escoamento
$\lambda$	razão de velocidade induzida
$\lambda_{af}$	afilamento da pá = $\frac{C_{tip}}{C_{root}}$
$\mu$	Razão de avanço
$\mu$	Taxa de mutação

$\nu$	Coefficiente de Poisson
$\Omega$	Velocidade de rotação do rotor
$\phi$	Ângulo entre o escoamento e o plano de referência (horizontal)
$\rho$	Densidade
$\sigma$	Solidez do rotor
$\sigma_e$	Tensão de cedência
$\sigma_R$	Tensão de rotura
$\sigma_{max}$	Tensão máxima (tensões directas + tensões de flexão)
$\theta$	Ângulo de torção entre a pá e o plano de referência (horizontal)

### Sub-escritos

$f$	Fibra
$m$	Matriz
$P$	Componente vertical
$R$	Componente radial
$root$	raiz da pá
$T$	Componente tangencial
$tip$	ponta da pá

### Siglas e acrónimos

ALIV	<i>Autonomous Locomotion Individual Vehicle</i>
BEMT	<i>Blade Element Momentum Theory</i> (Teoria do Elemento de Pá e do Momento Linear)
BET	<i>Blade Element Theory</i> (Teoria do Elemento de Pá)
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i> (Mecânica dos Fluidos Computacional)
DC	<i>Direct Current</i> (Corrente Contínua)
ESC	<i>Electronic Speed Controller</i> (Controlador de Velocidade Electrónico)
GA	<i>Genetic Algorithm</i> (Algoritmo Genético)
IST	Instituto Superior Técnico

MAV *Micro-Air Vehicle* (Micro-Veículo Aéreo)

MOO *Multi-Objective Optimization* (Optimização de Múltiplas Variáveis)

NBQ Nuclear, Biológico e Químico

PWM *Pulse Width Modulation* (Modulação do Comprimento de Onda)

UAV *Unmanned Aerial Vehicle* (Veículo Aéreo Não-Tripulado)

VLM *Vortex Lattice Method* (Método da Malha de Vórtices)

# Capítulo 1

## Introdução

*"The ideal engineer is a composite ... He is not a scientist, he is not a mathematician, he is not a sociologist or a writer; but he may use the knowledge and techniques of any or all of these disciplines in solving engineering problems."*

*N. W. Dougherty*

### 1.1 Enquadramento

Hoje em dia, os Veículos Aéreos Não Tripulados (*Unmanned Aerial Vehicles* – UAVs) são uma realidade cada vez maior. A evolução dos sistemas de controlo autónomo e a miniaturização de componentes electrónicos vieram tornar esta categoria de aeronaves numa opção aliciante para um diverso leque de missões, tanto civis como militares. A tecnologia existente permite ter plataformas não tripuladas capazes de efectuar muitas das funções desempenhadas pelas tripuladas, mas com um custo significativamente menor, com um maior grau de comodidade e sem pôr em perigo a vida de um piloto humano.

Os utilizadores deste tipo de aeronaves vão desde as forças armadas e de segurança até à protecção civil, passando também por universidades e centros de investigação. O tipo de missões efectuadas inclui reconhecimento, vigilância, operação em ambiente NBQ (Nuclear-Biológico-Químico), ataque ar-terra, teste de novos equipamentos, etc. [1]

Apesar de demonstrarem sucesso em missões cujo perfil implique grande alcance e tempos de *loitering* elevados, como reconhecimento a grande altitude, os UAVs convencionais não se adequam bem a cenários urbanos. Esta "lacuna" é preenchida pelos denominados *Micro Air Vehicles* (MAVs), em particular os de asa rotativa. Estas aeronaves são caracterizadas por ter uma dimensão reduzida, normalmente entre os 15 cm e os 40 cm, e por operarem em escoamentos com números de Reynolds de ordem de grandeza  $10^3$  a  $10^5$  [2].

Esta subcategoria de UAVs tem experienciado um crescimento significativo, não só devido ao facto

de os teatros de operação militares consistirem cada vez mais em ambientes urbanos, mas também por as aplicações civis serem muito variadas. Devido às pequenas dimensões e capacidade de voo estacionário e a baixas velocidades, os MAVs são a escolha ideal para o ambiente urbano (o *urban canyon*, bem como o interior de edifícios), permitindo a monitorização de trânsito, vigilância de confrontos públicos, ajuda na procura de sobreviventes de acidentes ou catástrofes naturais, obtenção de dados e informação para forças de intervenção tática em cenários de tomada de reféns, etc., tudo isto de forma remota, segura, e com baixo custo e risco de detecção.

## 1.2 Os Quadrirotores

No que diz respeito aos MAVs de asa móvel, poderia pensar-se que a melhor configuração a ser utilizada seria a de um helicóptero convencional (com 1 rotor principal e 1 rotor de cauda para contrariar o momento torçor provocado pelo primeiro), uma vez que é um desenho relativamente maduro e testado. Contudo, uma vez que se está a falar de escalas pequenas, muitos dos mecanismos complexos necessários num helicóptero convencional, tais como todo o mecanismo do *hub* do rotor principal, se tornam de difícil manufactura e implementação.

Como tal, um conceito que tem sido utilizado extensivamente é o do Quadrirotor. Este desenho consiste tipicamente em 4 conjuntos rotor/motor dispostos num plano horizontal em cruz, sendo que cada par tem sentidos de rotação opostos para cancelar o momento torçor. Todos os rotores são fixos, i.e., têm um ângulo de torção (ou de ataque) fixo, e o quadrirotor é controlado variando a velocidade de rotação dos vários rotores, variação essa que se traduz numa alteração da sustentação produzida por cada um, fazendo com que a aeronave se incline e se desloque numa determinada direcção.

Esta configuração é muito utilizada porque, em primeiro lugar, é de uma grande simplicidade. Para além disso, devido às reduzidas dimensões que estes aparelhos costumam ter, os motores eléctricos são o sistema de propulsão de eleição, sistema esse que tolera perfeitamente variações constantes da velocidade de rotação. O mesmo não poderia ser dito para o caso de um motor convencional (a reacção ou de combustão interna).

Hoje em dia os quadrirotores são usados em várias áreas, sendo que a missão mais comum é a de vigilância em áreas urbanas, função essa que se adequa perfeitamente às características deste tipo de aeronaves: capacidade de efectuar voo estacionário (ou mesmo aterrar em qualquer posição estratégica), permitindo transmitir informações na forma de imagens ou outro tipo de formato, remotamente e em segurança.

## 1.3 Objectivo

O objectivo principal desta tese foi o de projectar (e se possível construir) um quadrirotor não convencional, possuindo um maior número de graus de liberdade do que as plataformas convencionais,

graus de liberdade esses que são disponibilizados através de rotores de posição variável. Este é um conceito que foi proposto pelo Eng. Severino Raposo (ALIV) e será abordado e explicado mais à frente, na secção 2.2.

Qualquer projecto de uma aeronave tem sempre pelo menos duas vertentes distintas: projecto da plataforma e desenvolvimento do sistema de controlo. Este trabalho apenas se debruçou sobre a primeira vertente, ou seja, apenas foram abordadas as questões de aerodinâmica e estrutura do quadrirotor. Pretendeu-se assim projectar o quadrirotor com um tamanho relativamente pequeno, capaz de ser transportado por uma pessoa, por forma a constituir uma plataforma que permitisse testar este novo conceito.

Para além deste objectivo principal, e dadas as pequenas dimensões desejadas, pretendeu-se também que a aeronave pudesse ser utilizada como uma plataforma para uso militar ou civil, capaz de transportar uma série de sensores relevantes para desempenhar uma missão típica deste tipo de aeronaves, como as que já foram indicadas anteriormente.

## 1.4 Requisitos

Na sua missão como plataforma militar/civil, pretendeu-se que o quadrirotor fosse capaz de efectuar uma função de vigilância em ambiente urbano, lançado no terreno pelo utilizador e operado a distâncias relativamente pequenas.

Tendo por base esta missão e tendo em conta as capacidades de outras aeronaves semelhantes já existentes, foram elaborados os seguintes requisitos técnicos:

Autonomia:	10–15 minutos
Velocidade máxima de subida:	7 m/s
Velocidade máxima de translação:	10 m/s
Tipo de equipamentos:	Vídeo, Visão Nocturna, Infra-vermelhos, etc.

## 1.5 Estrutura

Esta dissertação encontra-se dividida em 9 capítulos, incluindo este onde foram apresentados e enquadrados a temática da presente tese, os objectivos propostos e os requisitos da aeronave.

O capítulo 2 consiste na revisão bibliográfica, onde foram apresentados alguns dos quadrirotores já existentes e com maior relevância, e foi explicado o novo conceito de quadrirotor proposto pelo Eng. Severino na forma do ALIV. Para além disso, foram apresentadas também as teorias utilizadas na modelação aerodinâmica dos rotores e deduzidas expressões de desempenho que foram utilizadas ao longo do trabalho. Por fim, foi feita uma introdução aos algoritmos genéticos, sendo explicado em que é que consistem, como podem constituir uma ferramenta de optimização robusta e quais os métodos dos operadores genéticos mais utilizados.

No capítulo 3 foram efectuados ensaios experimentais numa estrutura fixa construída para este efeito, utilizando uma série de diferentes rotores disponíveis no mercado, com o objectivo de determinar qual o que apresentava um desempenho mais elevado. Foi ainda construída uma conduta para estudar a influência da sua utilização em torno dos rotores, tanto em termos de desempenho aerodinâmico como de ruído produzido.

No capítulo 4 aplicou-se um algoritmo genético e um modelo computacional de um rotor baseado na *Blade Element Momentum Theory* (Teoria do Elemento de Pá e do Momento Linear) para efectuar um processo de optimização da geometria e condições de operação do rotor a ser utilizado no quadrirotor. Devido a restrições temporais e dificuldades de manufactura, este estudo teve um carácter mais académico, tendo por objectivo observar os resultados obtidos por um processo deste tipo e de mostrar as suas potencialidades, fornecendo uma ferramenta que possa ser utilizada em outros problemas.

No capítulo 5 foram seleccionados os componentes a serem utilizados no quadrirotor, nomeadamente o grupo propulsor, os servo-mecanismos, os aviónicos, a bateria e os equipamentos a serem transportados a bordo. No decurso desta selecção foram calculados os momentos giroscópicos criados pela variação da posição dos rotores e foi efectuado um estudo da autonomia da aeronave em função do seu peso e da bateria seleccionada.

O capítulo 6 consistiu na definição do conceito inicial da estrutura do quadrirotor, onde foram apresentadas e justificadas as escolhas feitas para a configuração e desenho dos vários componentes. Posteriormente foram determinados os carregamentos a que a estrutura estaria sujeita e apresentados os possíveis materiais a serem utilizados, referindo as propriedades e as vantagens e desvantagens de cada. Por fim, os vários componentes foram modelados num código de elementos finitos (*ANSYS*<sup>®</sup>), onde foi utilizada a informação anteriormente obtida para os dimensionar, tendo por objectivo chegar a uma estrutura capaz de suportar os esforços gerados e o mais optimizada possível.

No capítulo 7 foi feita a integração final, tendo sido indicadas as dimensões e peso finais do quadrirotor. Foi explicado como é que os vários componentes (estruturais, electrónicos, etc.) se encontravam montados e conectados uns aos outros e a maneira como interagem entre si.

No capítulo 8 foram calculadas estimativas do desempenho do quadrirotor em várias situações de voo, as quais permitiram verificar o cumprimento ou não dos requisitos operacionais estipulados inicialmente.

Por fim, no capítulo 9 foram resumidas as conclusões deste trabalho, mencionadas as contribuições feitas e sugeridos trabalhos futuros.

## Capítulo 2

# Revisão Bibliográfica

*"Research is what I'm doing when I don't know what I'm doing."*

*Wernher von Braun*

### 2.1 Quadrirotores Existentes

Como já foi dito no capítulo 1, existem vários projectos de quadrirotores, alguns já em comercialização e outros ainda em desenvolvimento. Os quadrirotores disponíveis no mercado têm por objectivo servir forças militares, de segurança ou de protecção civil ou então como plataformas para investigadores e entusiastas poderem desenvolver técnicas e métodos de controlo, a partir de um modelo já existente (*off-the-shelf*). Por outro lado, os quadrirotores de investigação são plataformas de universidades ou de instituições científicas, que têm por objectivo proporcionar um objecto de trabalho principalmente na área de controlo, mas também na plataforma em si, e são tipicamente projectos em constante evolução, a partir dos quais é possível retirar conclusões e experiência para posteriormente se pôr em prática noutras aplicações.

Em termos de quadrirotores existentes no mercado, talvez o que mais se destacou foi o *Draganflyer V* (figura 2.1) da Draganfly Innovations Inc.<sup>1</sup> pois, para além de ser utilizado por entusiastas do radio-modelismo, serviu de base a inúmeros projectos de investigação como, por exemplo, o projecto STARMAC [3] (foi baseado no modelo IV e mais tarde alterado). Este quadrirotor tinha um peso aproximado de 500g e uma autonomia de 12-15 minutos. Outro exemplo é o *md4-200* (figura 2.2) da Microdrones<sup>2</sup>. Este tem um peso máximo à descolagem de 1000g e uma autonomia máxima de 30 minutos.

Para uso militar ou por parte de forças de segurança existem o *Draganflyer X4* e o *Draganflyer X6* (figuras 2.3 e 2.4, respectivamente), também da Draganfly Innovations Inc.. Estas são plataformas

---

<sup>1</sup><http://www.draganfly.com>

<sup>2</sup><http://www.microdrones.com>



Figura 2.1: Draganflyer V



Figura 2.2: md4-200

mais caras, mas muito mais robustas e dotadas de capacidades mais avançadas, para além de uma série de equipamentos periféricos como câmaras de vídeo, fotográficas, etc. Estes modelos têm um peso máximo à descolagem de 980g e 1500g, respectivamente, e uma autonomia máxima de cerca de 20 minutos.



Figura 2.3: Draganflyer X4



Figura 2.4: Draganflyer X6

Na área da investigação científica, um exemplo que se pode referir é o do *X-4 Flyer Mark II* (figura 2.5) da Australian National University, em Canberra[4]. Este quadrirotor tem um peso de 4kg e uma autonomia de aproximadamente 11 minutos.

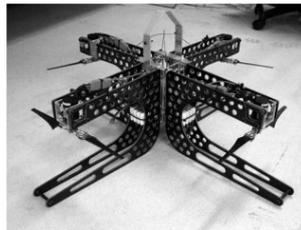


Figura 2.5: X-4 Flyer Mark II

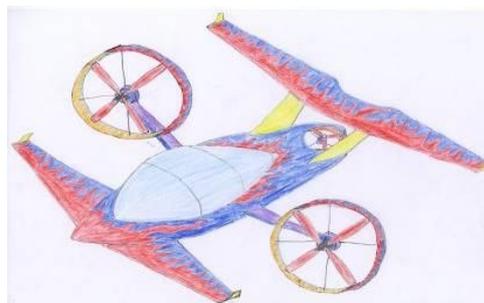
## 2.2 *Autonomous Locomotion Individual Vehicle (ALIV)*

Até aqui tem-se falado em quadrirotores "convencionais". Contudo, esta tese foi motivada por um novo conceito idealizado pelo Eng. Severino Raposo, que o baptizou de *Autonomous Locomotion Individual Vehicle (ALIV)*[5]. Este seu projecto consiste numa aeronave capaz de se movimentar pelo ar em três dimensões, de maneira semelhante a um helicóptero, mas de maneira a que a fuselagem

se mantenha sempre numa posição nivelada (ou numa outra qualquer que se deseje). A vantagem deste conceito prende-se com a possibilidade de este veículo proporcionar um maior conforto para os passageiros, uma vez que sentem menos movimentação, para além de eventualmente esta aeronave poder cumprir a função de transporte pessoal com capacidade VTOL (*vertical take-off and landing*).



(a) Protótipo do Eng. Reposo



(b) Conceito idealizado

Figura 2.6: *Autonomous Locomotion Individual Vehicle (ALIV)*

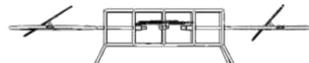
O que difere no ALIV de um quadrirotor convencional é o facto de um dos pares de rotores se poder movimentar. Mais especificamente, cada um dos rotores desse par pode inclinar o seu plano de rotação de acordo com 2 graus de liberdade, como se pode ver na figura 2.7.



(a) Translação Frontal



(b) Translação Lateral



(c) Guinada

Figura 2.7: *Autonomous Locomotion Individual Vehicle (ALIV)*

Desta forma, o movimento da aeronave é feito através da mudança de posição dos rotores (e consequentemente dos vectores da propulsão), fazendo com que a fuselagem se mantenha sempre na mesma atitude.

Para a translação frontal, ambos os rotores móveis inclinam-se para a frente, criando assim uma componente de propulsão que impulsiona a aeronave nessa direcção (figura 2.7 a)).

A translação lateral funciona de forma semelhante à frontal, com a diferença que os rotores móveis se inclinam agora para um dos lados (figura 2.7 b)).

Por fim, para efectuar a guinada, os rotores móveis inclinam-se na mesma direcção usada para a translação frontal, mas agora cada um num sentido diferente, criando assim um binário responsável por guinar o ALIV (figura 2.7 c)).

Apesar de o objectivo do ALIV consistir em ser uma aeronave de transporte de passageiros, é necessário primeiro construir modelos que permitam testar o conceito. Como tal, esta tese pretende ser um teste do conceito (*proof-of-concept*) do ALIV, aplicado a uma plataforma de quadrirotor, para desempenho de funções típicas deste tipo de aeronave, já referidas anteriormente.

## 2.3 Teoria do Momento Linear

A Teoria do Momento Linear foi inicialmente desenvolvida por Rankine em 1865. Posteriormente foi trabalhada por W. Froude (1878), R. E. Froude (1889), Lanchester (1915) e Betz (1922). Por fim, foi generalizada formalmente por Glauert em 1935.

É uma teoria que modela um rotor como sendo um disco actuador e é desenvolvida em torno das leis de conservação de massa, momento e energia, aplicadas a um volume de controlo que engloba o rotor e a sua esteira (ver figura 2.8).

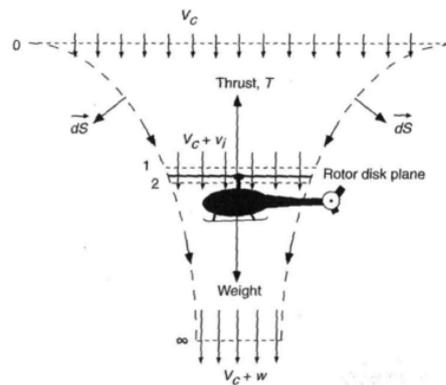


Figura 2.8: Modelo da teoria do momento linear [6]

Desta forma é possível obter valores da propulsão e potência sem ter em consideração as características geométricas do rotor (para além do seu diâmetro). No seu desenvolvimento, são feitas as seguintes aproximações/pressupostos:

- O escoamento é incompressível;
- O escoamento é permanente, invíscido e irrotacional;
- O escoamento é uni-dimensional, axisimétrico e uniforme ao longo do disco e na esteira afastada;
- Não existe rotação (*swirl*) na esteira.

Aplicando a lei de conservação de momento entre o início e o fim da esteira

$$T = \iint_{\infty} \rho (\vec{V} \cdot d\vec{S}) \vec{V} - \iint_0 \rho (\vec{V} \cdot d\vec{S}) \vec{V} \quad (2.1)$$

$$= \dot{m}(V_c + w) - \dot{m}V_c \quad (2.2)$$

$$= \dot{m}w \quad (2.3)$$

e a lei de conservação da energia

$$T(V_c + v_i) = \iint_{\infty} \frac{1}{2} \rho (\vec{V} \cdot d\vec{S}) \vec{V}^2 - \iint_0 \frac{1}{2} \rho (\vec{V} \cdot d\vec{S}) \vec{V}^2 \quad (2.4)$$

$$= \frac{1}{2} \dot{m}(V_c + w)^2 - \frac{1}{2} \dot{m}V_c^2 \quad (2.5)$$

$$= \frac{1}{2} \dot{m}w(2V_c + w) \quad (2.6)$$

é possível obter a relação entre a velocidade no fim da esteira  $w$  e a velocidade induzida no rotor  $v_i$ , recorrendo às equações 2.3 e 2.6:

$$T(V_c + v_i) = \left. \begin{array}{l} T = \dot{m}w \\ \frac{1}{2} \dot{m}w(2V_c + w) \end{array} \right\} \Rightarrow w = 2v_i \quad (2.7)$$

Pela lei de conservação da massa entre o rotor e o fim da esteira tem-se que

$$\dot{m} = \iint_{\infty} \rho \vec{V} \cdot d\vec{S} = \iint_2 \rho \vec{V} \cdot d\vec{S} \quad (2.8)$$

$$\rho A_{\infty} (V_c + w) = \rho A (V_c + v_i) \quad (2.9)$$

Para o caso de voo estacionário ( $V_c = 0$ ) e com os resultados das equações 2.7 e 2.9 obtém-se a relação entre as áreas do rotor e do fim da esteira:

$$\left. \begin{array}{l} w = 2v_i \\ \rho A_{\infty} w = \rho A v_i \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{A_{\infty}}{A} = \frac{1}{2} \quad (2.10)$$

Este resultado representa o caso ideal. Contudo, o parâmetro de contracção de esteira  $a_w = \frac{A_{\infty}}{A}$  não é sempre 1/2. Por exemplo, segundo Leishman [6], no caso de rotores pequenos, caracterizados por escoamentos com números de Reynolds baixos e consequentes perdas aerodinâmicas elevadas (figura 2.9), a sua modelação aproxima-se mais do caso real utilizando-se  $a_w = 0.25$ .

Para além disso, o parâmetro  $a_w$  também é usado no estudo de rotores com conduta (*shroud*), uma vez que, com uma configuração deste tipo, é possível controlar a contracção da esteira através da área da entrada e da área de saída da conduta (se ambas as áreas forem iguais,  $a_w = 1$ ).

Para fazer o desenvolvimento teórico segundo a teoria do momento linear, considerando agora um  $a_w$  genérico, utiliza-se o modelo do escoamento num rotor com conduta, ou *fan-in-fin*, que se pode ver na figura 2.10.

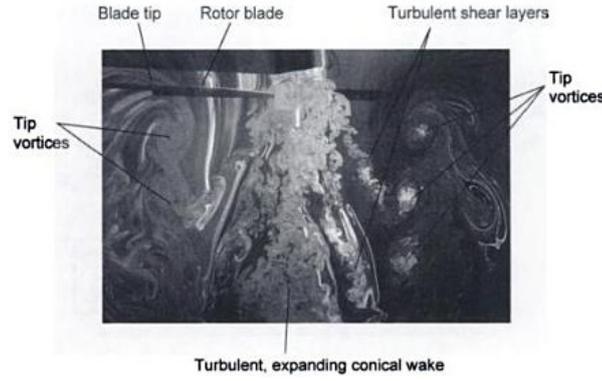


Figura 2.9: Visualização do escoamento de um rotor pequeno ( $D = 2.36\text{cm}$ ) [6]

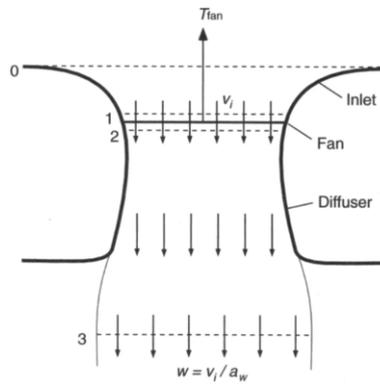


Figura 2.10: Modelo do escoamento num *fan-in-fan* [6]

Assim, por conservação da massa e considerando que  $a_w = \frac{A_\infty}{A}$ :

$$\dot{m} = \rho A(v_i + V_c) = \rho A_\infty(w + V_c) \Leftrightarrow \quad (2.11)$$

$$\Leftrightarrow \rho A(v_i + V_c) = \rho(a_w A)(w + V_c) \quad (2.12)$$

$$\Rightarrow w = \frac{v_i + V_c(1 - a_w)}{a_w} \quad (2.13)$$

Depois de obtido este resultado, e pegando nas equações 2.3 e 2.9, pode-se dizer que

$$T = \dot{m}w \quad (2.14)$$

$$= \rho A(v_i + V_c) \left( \frac{v_i + V_c(1 - a_w)}{a_w} \right) \quad (2.15)$$

$$= \frac{\rho(v_i + V_c)(v_i + V_c - a_w V_c)A}{a_w} \quad (2.16)$$

Para o caso de voo estacionário ( $V_c = 0$ ),  $v_i \equiv v_h$  e a fórmula 2.16 simplifica-se:

$$T = \frac{\rho A v_h^2}{a_w} \quad (2.17)$$

Aplicando a equação de Bernoulli entre as secções 0-1 e 2-3:

$$p_0 = p_1 + \frac{1}{2}\rho v_i^2 \quad (2.18)$$

$$p_2 + \frac{1}{2}\rho v_i^2 = \underbrace{p_3}_{p_0} + \frac{1}{2}\rho w^2 \quad (2.19)$$

No caso do rotor com conduta a força  $T$  divide-se em duas componentes:

$$T = T_{rotor} + T_{shroud} \quad (2.20)$$

Para saber a potência induzida do rotor é necessário determinar qual a relação entre  $T_{rotor}$  e  $T$ . Utilizando a equação 2.17 e as equações de Bernoulli pode-se fazer o seguinte desenvolvimento:

$$\left. \begin{aligned} T_{rotor} &= (p_2 - p_1)A = \frac{1}{2}\rho w^2 A \\ T &= \rho A \frac{v_i^2}{a_w} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{T_{rotor}}{T} = \frac{1}{2a_w} \quad (2.21)$$

Com este resultado é simples obter a potência induzida do rotor:

$$P_{i_{rotor}} = T_{rotor} v_i = \frac{T^{3/2}}{\sqrt{4a_w \rho A}} \quad (2.22)$$

$$\Rightarrow C_{P_{i_{rotor}}} = \frac{C_T^{3/2}}{\sqrt{4a_w}} \quad (2.23)$$

Por fim, isto permite-nos obter a expressão para o cálculo da eficiência do rotor  $FM$ . Esta grandeza dá-nos a razão entre a potência induzida pelo rotor (sem contar com as perdas) e a potência total consumida. Esta é obtida com os valores de  $C_T$  e  $C_P$ , que podem ser obtidos experimentalmente:

$$FM = \frac{P_{i_{rotor}}}{P} = \frac{C_T^{3/2}}{\sqrt{4a_w} C_P} \quad (2.24)$$

## 2.4 *Blade Element Theory*

A *Blade Element Theory* (BET), ou Teoria do Elemento de Pá, foi inicialmente sugerida por Drzewiecki (1892-1920) e difere da Teoria do Momento Linear na medida em que constitui uma ferramenta que possibilita o desenho de rotores, enquanto que a última apenas fornece uma análise global.

De uma forma geral, a BET consiste em dividir a pá do rotor num número finito de secções, considerando que cada uma destas secções actua como um perfil bi-dimensional independente, produzindo forças aerodinâmicas e momentos (ver figura 2.11).

O ângulo de ataque de um determinado elemento de pá é definido como

$$\alpha = \theta - \phi \quad (2.25)$$

sendo que  $\phi$  é calculado da seguinte forma:

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{U_P}{U_T} \right) \quad (2.26)$$

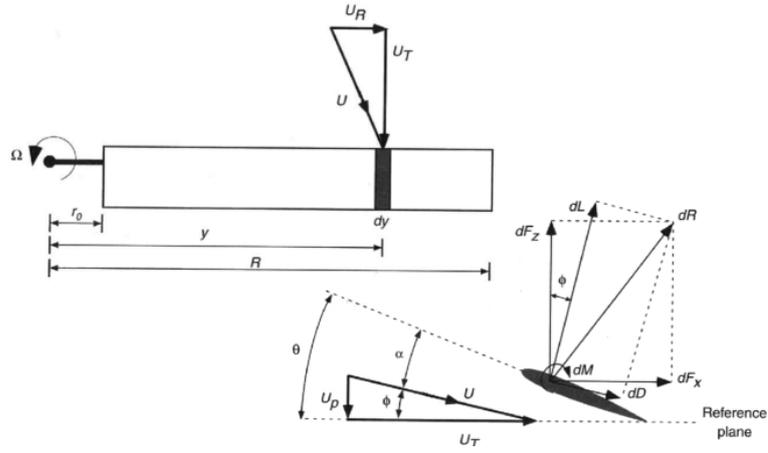


Figura 2.11: Modelo da *Blade Element Theory* [6]

Por sua vez, a sustentação (*Lift*) e a resistência aerodinâmica (*Drag*) elementares representadas na figura 2.11 são definidas como

$$dL = \frac{1}{2}\rho U^2 c C_l dy \quad dD = \frac{1}{2}\rho U^2 c C_d dy \quad (2.27)$$

Estas forças são, respectivamente, perpendicular e paralela ao escoamento. Como tal, é necessário determinar as forças vertical e horizontal geradas pelo rotor. Estas podem ser relacionadas com  $dL$  e  $dD$  através do ângulo  $\phi$

$$dF_z = dL \cos \phi - dD \sin \phi \quad dF_x = dL \sin \phi + dD \cos \phi \quad (2.28)$$

e que em termos do rotor como um todo transformam-se em

$$dT = N_b dF_z \quad dP = N_b dF_x \Omega y \quad (2.29)$$

Um dos parâmetros adimensionais importantes é o rácio de velocidade induzida  $\lambda$ :

$$\lambda = \frac{V_c + v_i}{\Omega R} = \frac{V_c + v_i}{\Omega y} \left( \frac{\Omega y}{\Omega R} \right) = \frac{U_P}{U_T} \left( \frac{y}{R} \right) \Rightarrow \lambda = \phi r \quad (2.30)$$

$$\lambda_i = \frac{v_i}{\Omega R} \quad (2.31)$$

$$\lambda_c = \frac{V_c}{\Omega R} \quad (2.32)$$

Contudo, os parâmetros mais interessantes de se conhecer são  $C_T$  e  $C_P$ . Estes são calculados de acordo com a convenção americana

$$dC_T = \frac{dT}{\rho A (\Omega R)^2} = \frac{1}{2} \sigma (C_l \cos \phi - C_d \sin \phi) r^2 dr \quad (2.33)$$

$$dC_P = \frac{dP}{\rho A (\Omega R)^3} = \frac{1}{2} \sigma (C_l \sin \phi + C_d \cos \phi) r^3 dr \quad (2.34)$$

sendo  $\sigma$  a solidez do rotor definida por  $\sigma = \frac{N_b c}{\pi R}$ .

Em geral, para rotores de helicóptero, o ângulo  $\phi$  é pequeno, pelo que se pode fazer a aproximação  $\sin \phi \simeq \phi$  e  $\cos \phi \simeq 1$ . Tendo em conta esta aproximação, os coeficientes de propulsão e de potência vêm:

$$dC_T = \frac{1}{2} \sigma C_l r^2 dr \quad (2.35)$$

$$dC_P = \frac{1}{2} \sigma (\phi C_l + C_d) r^3 dr \quad (2.36)$$

$$= \frac{1}{2} \sigma (\lambda C_l r^2 + C_d r^3) dr \quad (2.37)$$

$$= \underbrace{\frac{1}{2} \sigma C_l \lambda r^2 dr}_{dC_{P_i}} + \underbrace{\frac{1}{2} \sigma C_d r^3 dr}_{dC_{P_0}} \quad (2.38)$$

Se ainda se quiser simplificar mais, pode-se dizer que

$$C_l = C_{l_\alpha} \alpha = C_{l_\alpha} (\theta - \phi) = C_{l_\alpha} \left( \theta - \frac{\lambda}{r} \right) \quad (2.39)$$

sendo que  $C_T$  toma a forma

$$dC_T = \frac{1}{2} \sigma C_{l_\alpha} \left( \theta - \frac{\lambda}{r} \right) r^2 dr = \frac{1}{2} \sigma C_{l_\alpha} (\theta r^2 - \lambda r) dr \quad (2.40)$$

## 2.5 *Blade Element Momentum Theory*

A *Blade Element Momentum Theory* (BEMT), ou Teoria do Elemento de Pá e do Momento Linear, é uma teoria híbrida que combina os princípios básicos da Teoria do Momento Linear com os da *Blade Element Theory* (BET), tendo sido proposta pela primeira vez, para uso em helicópteros, por Gustafson e Gessow (1946).

Como se pode ver pela figura 2.12, esta teoria consiste em aplicar as leis de conservação do momento a um anel elementar, de comprimento  $dy$  a uma distância  $y$  do centro do rotor.

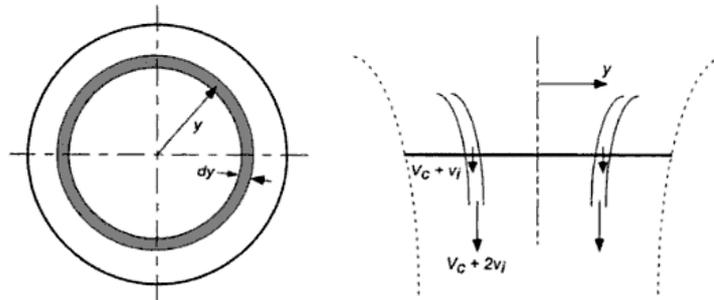


Figura 2.12: Modelo da *Blade Element Momentum Theory* (vista de topo e lateral) [6]

Aplicando a conservação de massa no anel:

$$dm = \rho dA (V_c + v_i) = \rho 2\pi y dy (V_c + v_i) \quad (2.41)$$

Pela conservação do momento e com a equação 2.13:

$$dT = d\dot{m} w \quad (2.42)$$

$$= \rho 2\pi y dy (V_c + v_i) \frac{v_i + V_c(1 - a_w)}{a_w} \quad (2.43)$$

$$= \frac{2}{a_w} \rho \pi (V_c + v_i) (V_c + v_i - a_w V_c) y dy \quad (2.44)$$

Expressando em termos de coeficiente de propulsão e pegando nas definições de  $\lambda$ ,  $\lambda_i$  e  $\lambda_c$ :

$$dC_T = \frac{\frac{2}{a_w} \rho \pi (V_c + v_i) (V_c + v_i - a_w V_c) y dy}{\rho (\pi R^2) (\Omega R)^2} \quad (2.45)$$

$$= \frac{2}{a_w} \left( \frac{V_c + v_i}{\Omega R} \right) \left( \frac{V_c + v_i - a_w V_c}{\Omega R} \right) \left( \frac{y}{R} \right) d \left( \frac{y}{R} \right) \quad (2.46)$$

$$= \frac{2}{a_w} \lambda (\lambda - a_w \lambda_c) r dr \quad (2.47)$$

Até aqui, considerou-se que o escoamento em torno de cada secção é bi-dimensional. Apesar de na zona mais interior do rotor isso ser aproximadamente verdade, o mesmo já não se passa perto da ponta. Aqui, os vórtices de ponta da pá, gerados pelo escoamento do intradorso passar para o extradorso, provocam perdas que diminuem a sustentação gerada nessa zona.

Uma forma de ter em conta essas perdas é incluir uma função penalizadora da sustentação. Um exemplo disso é a *Prandtl's Tip-Loss Function*, ou Função de Perda na Ponta da Pá de Prandtl. Esta consiste num factor F cujo valor varia ao longo do raio:

$$F = \frac{2}{\pi} \cos^{-1} \left( \exp \left[ -\frac{N_b}{2} \left( \frac{1-r}{r\phi} \right) \right] \right) \quad (2.48)$$

Este factor é depois introduzido na expressão de  $C_T$ :

$$dC_T = F \frac{2}{a_w} \lambda (\lambda - a_w \lambda_c) r dr \quad (2.49)$$

Neste momento é possível obter uma expressão para a distribuição do rácio da velocidade induzida ao longo da pá, a partir da qual é possível retirar bastante informação acerca da performance do rotor. Para tal pega-se nos resultados da teoria do momento linear e da BET. Juntado as equações 2.40 e 2.49 obtém-se

$$F \frac{2}{a_w} \lambda (\lambda - a_w \lambda_c) r dr = \frac{1}{2} \sigma C_{l_\alpha} (\theta r^2 - \lambda r) dr \quad (2.50)$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{\sqrt{16a_w^2 \lambda_c^2 F^2 + 16a_w C_{l_\alpha} r \sigma \theta F - 8a_w^2 C_{l_\alpha} \lambda_c \sigma F + a_w^2 C_{l_\alpha}^2 \sigma^2}}{8F} - \frac{a_w C_{l_\alpha} \sigma}{8F} + \frac{a_w \lambda_c}{2} \quad (2.51)$$

que para o caso de *hover* resulta apenas em

$$\lambda = \frac{\sqrt{16a_w C_{l_\alpha} r \sigma \theta F + a_w^2 C_{l_\alpha}^2 \sigma^2}}{8F} - \frac{a_w C_{l_\alpha} \sigma}{8F} \quad (2.52)$$

No caso de se pretender calcular o rácio de velocidade induzida sem se efectuarem as aproximações referidas, combinam-se as equações 2.33 e 2.49, resultando na seguinte expressão:

$$\lambda = \frac{\sqrt{(a_w \lambda_c F)^2 + (C_l \cos \phi - C_d \sin \phi) a_w r \sigma F} + a_w \lambda_c F}{2F} \quad (2.53)$$

Contudo, como  $C_l$  e  $C_d$  dependem de  $\alpha$ , que por sua vez depende de  $\phi$ , o qual depende de  $\lambda$ , esta equação não pode ser resolvida directamente, mas sim iterativamente.

## 2.6 Algoritmos Genéticos

Para fazer a optimização de uma função, processo, etc., é necessário utilizar um algoritmo de optimização. Existem vários exemplos deste tipo de algoritmos, os quais são geralmente baseados em métodos de gradiente, i.e., precisam que lhes seja dado um ponto inicial a partir do qual começam a "subir" (ou descer) até encontrarem o máximo (ou mínimo) da função sujeita à optimização. Esta abordagem tem o inconveniente de, se o ponto inicial for mal escolhido, o máximo (ou mínimo) obtido pode ser apenas local e não o global.

Na realidade, grande parte dos problemas de engenharia são caracterizados por funções complexas, muitas vezes não lineares, cujo máximo (ou mínimo) é difícil de encontrar. Face a isto, pretende-se utilizar um algoritmo suficientemente robusto que seja capaz de encontrar o máximo (ou mínimo) global da função, com o mínimo de custo computacional possível.

Uma classe de algoritmos de optimização que tem vindo a sofrer uma grande evolução, principalmente na área de MOO (*Multi-Objective Optimisation*), é a dos Algoritmos Genéticos (*Genetic Algorithms - GA*). Estes são uma classe de algoritmos de optimização estocásticos cujo princípio de funcionamento se baseia na evolução e processos genéticos biológicos dos seres vivos.

A figura 2.13 ilustra a diferença entre os métodos de gradiente e os GA em termos da estratégia utilizada na procura do máximo de uma função.

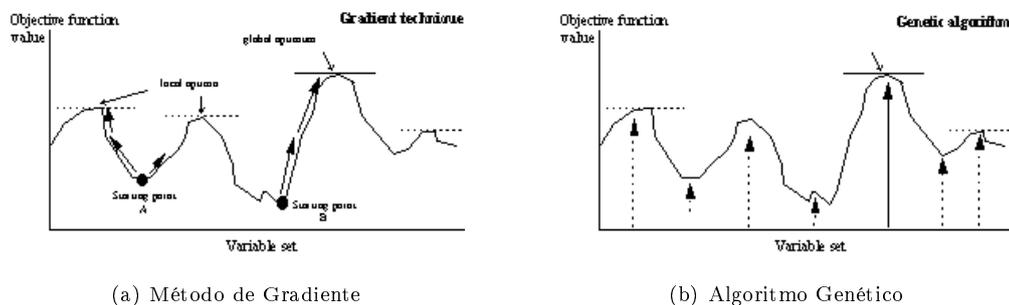


Figura 2.13: Diferentes métodos de procura do máximo de uma função [7]

Este método foi criado por John Holland em 1975 e desenvolvido mais tarde pelo seu aluno David Goldberg que o utilizou para resolver um problema complicado de engenharia na sua tese, em 1989.

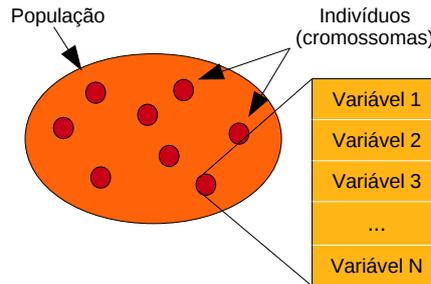


Figura 2.14: Esquema da população utilizada num algoritmo genético

Paralelamente, De Jong também se debruçou sobre este assunto, sendo a primeira pessoa a efectuar um estudo sério para descobrir os parâmetros óptimos dos GAs [8].

De uma maneira geral, os GA funcionam da seguinte forma: em primeiro lugar é gerada uma *população inicial* composta por vários *indivíduos* ou *cromossomas*, que consistem num vector com valores aleatórios dos parâmetros do problema a otimizar (ver figura 2.14). Esta população é sujeita depois a um processo evolutivo através de uma série de operador genéticos (selecção, cruzamento, mutação, etc.), formando gerações consecutivas de populações, com o objectivo de se obter em cada uma indivíduos com um custo (*fitness*) melhor, i.e., os valores que constituem o seu cromossoma correspondam a um valor mínimo (ou máximo) da função de custo que se está a minimizar (ou maximizar).

Tipicamente este processo termina quando se atinge um número pré-determinado de gerações, sendo que o resultado do algoritmo é o cromossoma do melhor indivíduo da última geração.

Na concepção dos GAs, estes valores dos parâmetros eram codificados nos cromossomas na forma de código binário. Contudo, estudos mais recentes concluíram que usar os parâmetros na sua forma de números reais traz vantagens em termos de eficiência, de consumo de memória e de processamento computacional [9, 10].

Abordemos agora mais em detalhe os operadores genéticos utilizados:

### 2.6.1 Selecção

Em cada geração é necessário escolher uma determinada percentagem da população para "sobreviver" e dar origem a um certo número de indivíduos para substituir aqueles que não sobreviveram, formando assim a geração seguinte.

Tendo decidido num número de pré-determinado de indivíduos a serem seleccionados por geração ( $N_{keep}$ ), algumas das formas de efectuar essa selecção encontram-se descritas em baixo. É de referir que se pode aplicar uma regra chamada *elitismo* a qual garante que o melhor indivíduo da população terá a sua selecção garantida.

### ***Ranking***

A selecção por *ranking* consiste simplesmente em ordenar os indivíduos consoante o seu custo e seleccionar os  $N_{keep}$  melhores.

### ***Roulette Wheel***

Este método de selecção é melhor descrito imaginando que os indivíduos da população são colocados numa roleta, sendo que a porção ocupada por cada um é proporcional ao seu custo. A roleta é então rodada  $N_{keep}$  vezes, sendo seleccionado um indivíduo de cada vez.

### **Torneio**

O torneio consiste na escolha aleatória de 2 indivíduos de entre toda a população para "competirem" entre si. O "vencedor" é o que tiver um custo menor, sendo então seleccionado. Este processo repete-se até serem escolhidos  $N_{keep}$  indivíduos.

## **2.6.2 Emparelhamento**

O emparelhamento consiste em formar pares ou "casais" de indivíduos para depois "acasalarem" e darem origem a novos indivíduos. Duas formas de efectuar o emparelhamento são:

### ***Adjacent Fitness Pairing***

Este emparelhamento consiste apenas em juntar os indivíduos de acordo com a sua ordenação de custo, i.e., o 1º com o 2º, o 3º com o 4º, etc. Desta forma tem-se "casais" com níveis de custo baixos, sendo provável que os seus "filhos" venham a ter um custo igualmente baixo.

### ***Best-Mate-Worst***

Neste tipo de emparelhamento, juntam-se os melhores indivíduos com os piores. Mais concretamente, o 1º é emparelhado com o último, o 2º com o penúltimo e assim sucessivamente. Este método, apesar de estar a juntar maus indivíduos com bons, tem a vantagem de criar uma variedade genética maior, que vai fazer com que o espaço de soluções testadas seja mais abrangente, não limitando a procura em torno de um máximo (ou mínimo) local.

## **2.6.3 Acasalamento**

O acasalamento, também denominado de *crossover*, consiste no processo de "procriação" por parte dos pares de indivíduos seleccionados, com vista a repor a população eliminada anteriormente e a obter indivíduos, idealmente, com um custo inferior.

Em termos de implementação, consiste geralmente em gerar um novo valor para cada variável a partir dos valores dos "pais" da variável correspondente.

Alguns dos métodos de acasalamento são os seguintes:

#### *Arithmetical Crossover*

Para cada variável  $i$  é gerado um número aleatório  $b$  entre 0 e 1 e são calculados 2 "filhos" ( $FILHO1$  e  $FILHO2$ ) a partir dos "pais"  $PAI$  e  $MAE$ , através das seguintes fórmulas:

$$FILHO1_i = b \times PAI_i + (1 - b) \times MAE_i \quad (2.54)$$

$$FILHO2_i = (1 - b) \times PAI_i + b \times MAE_i \quad (2.55)$$

#### *Intermediate Crossover*

É semelhante ao método anterior, com a excepção agora que o "filho" é gerado a partir da seguinte fórmula:

$$FILHO = PAI_i + b \times (MAE_i - PAI_i) \quad (2.56)$$

### 2.6.4 Mutação

Na natureza, por vezes ocorrem alterações nos seres vivos que não se devem ao processo evolutivo passado, mas sim devido a mutações aleatórias.

Do mesmo modo, os cromossomas das populações dos algoritmos genéticos também sofrem mutações. Este processo é controlado por uma taxa de mutação (normalmente baixa). Este parâmetro é utilizado para determinar qual o número de variáveis na população que irá sofrer mutação, i.e., cujo valor irá ser substituído por um outro qualquer gerado aleatoriamente, dentro da gama de valores que essa variável pode tomar.

Este processo tem por objectivo adicionar algum "material genético" novo, possibilitando explorar novos espaços de soluções, fugindo de máximos (ou mínimos) locais.

## Capítulo 3

# Análise Aerodinâmica de Rotores

*"There is no such thing as a failed experiment, only experiments with unexpected outcomes."*

*Richard Buckminster Fuller*

O conjunto motor-rotor é um componente crítico e um dos mais importantes numa aeronave de asa móvel. Um rotor mal escolhido/dimensionado poderá resultar na incapacidade do aparelho em voar.

Este capítulo tem por objectivo fazer uma série de estudos experimentais com vista a averiguar qual o melhor rotor a utilizar no quadrirotor, a sua performance e ainda verificar a influência da utilização de uma conduta na propulsão atingida, na potência consumida e no ruído produzido pelo rotor.

### 3.1 Ensaios de Rotores Disponíveis no Mercado

Estes ensaios experimentais tiveram como objectivo o ensaio de vários rotores disponíveis comercialmente, cujas características variassem entre si, para posterior comparação. Os resultados obtidos permitiram obter a gama de eficiências deste tipo de rotores, para além de ver quais as características geométricas cujo dimensionamento é de maior importância para o projecto do rotor (número de pás, raio, torção, afilamento, etc.).

#### 3.1.1 Rotores Utilizados

Foram utilizados 6 rotores diferentes adquiridos numa loja de aerodelismo. A escolha destes foi feita de modo a se ter uma certa variedade no que toca aos parâmetros dos rotores. Mais concretamente, procurou-se ter rotores que permitissem ver a influência do raio, distribuição do ângulo de torção, distribuição da corda e número de pás. Os rotores utilizados podem ser vistos na figura 3.1 e na tabela 3.1.

Para se ter uma ideia mais exacta da forma dos vários rotores, mediu-se a distribuição da corda e do ângulo de torção em cada um deles. Estas medições encontram-se representadas nos gráficos da figura 3.2.

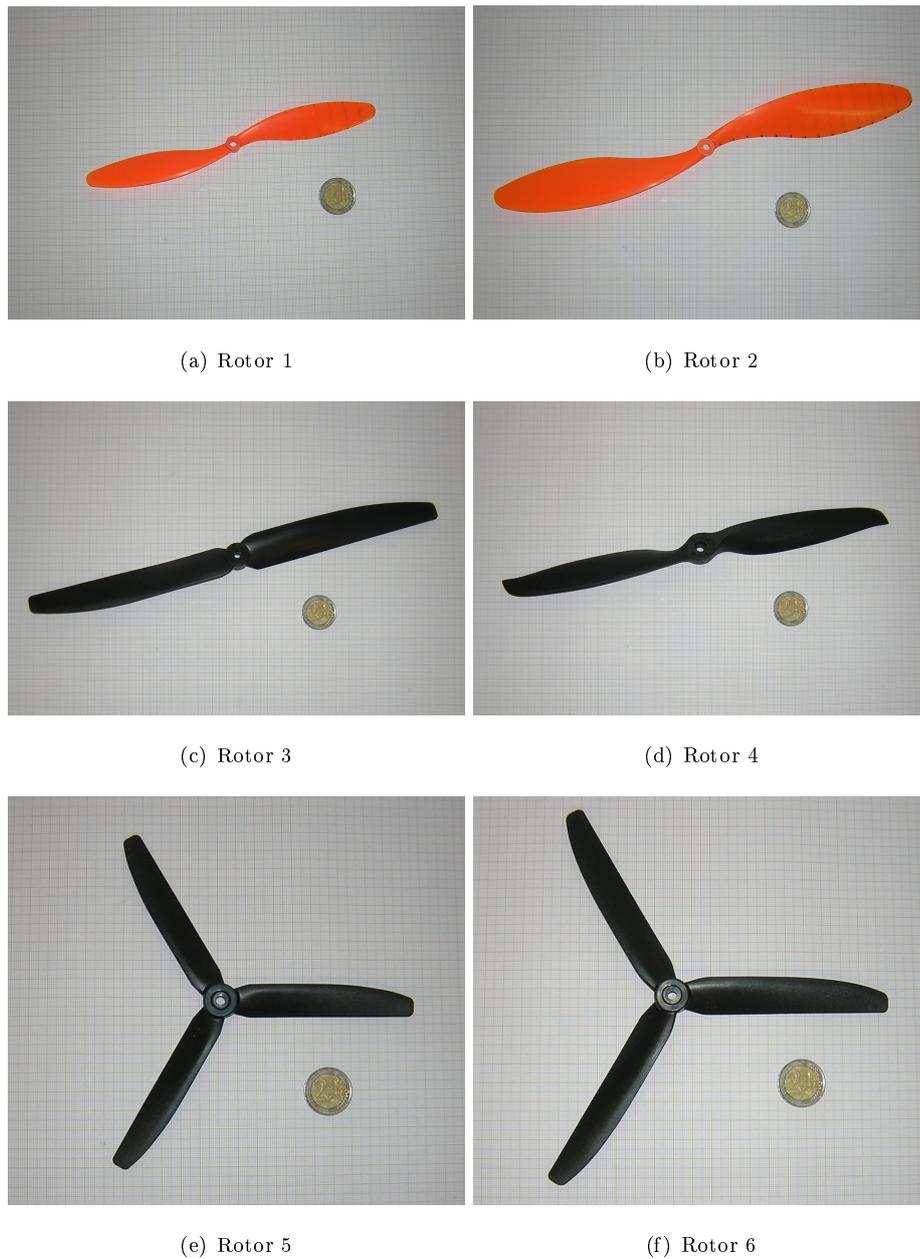


Figura 3.1: Os vários rotores utilizados nos ensaios experimentais

Tabela 3.1: Lista dos rotores utilizados

Rotor	Nome	Diâmetro	Peso
1	GWS EP Propeller RD-8060	203 mm	3.54 g
2	GWS EP Propeller RD-1280	305 mm	8.76 g
3	GWS EP Propeller HD-1260	304 mm	13.19 g
4	TGS Sport 11x8.5E Precision Propeller	284 mm	24.94 g
5	GWS HD8040 3 Blade Prop	202 mm	6.52 g
6	GWS HD9050 3 Blade Prop	228 mm	8.63 g

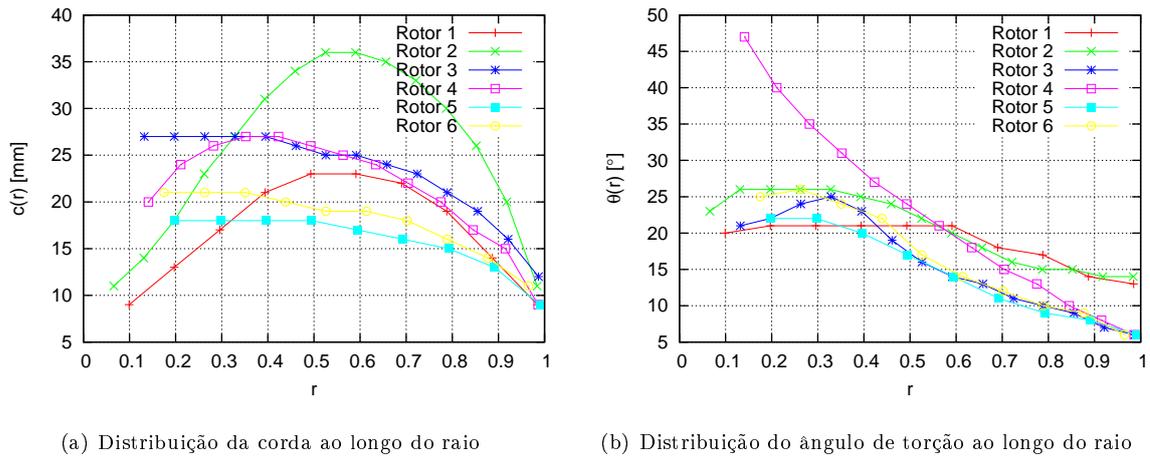


Figura 3.2: Distribuições da corda e ângulo de torção dos rotores utilizados

Em termos de distribuição da corda, os rotores 1 e 2 têm uma distribuição qualitativamente semelhante, variando apenas em magnitude, uma vez que têm raios diferentes. Começam por ter uma corda pequena na raiz, aumentado até cerca de metade do raio, voltando depois a diminuir até à ponta. Em relação aos restantes rotores, apresentam todos uma distribuição semelhante entre si, com corda mais ou menos constante até cerca de 40% do raio, diminuindo depois de forma quase linear até à ponta, sendo o declive praticamente igual nestes 4 rotores.

Em termos da distribuição do ângulo de torção, destaca-se o rotor 4, uma vez que tem uma distribuição que, apesar de não ser hiperbólica (distribuição essa que segundo a teoria é a ideal para se ter *inflow* constante ao longo do raio [6]), aproxima-se desta, tendo elevados valores de torção na zona da raiz. Em relação aos restantes rotores, estes apresentam distribuições semelhantes entre si, sendo o  $\theta(r)$  constante ou variando pouco na zona da raiz, para depois diminuir de forma quase linear até à ponta.

### 3.1.2 Montagem Experimental

Os ensaios experimentais tiveram por objectivo determinar qual o valor de propulsão produzida por cada rotor, em função da sua velocidade de rotação. Para além disso, pretendeu-se também medir a potência consumida, de modo a se poder determinar a performance de cada um.

Para este efeito fez-se a montagem experimental que se encontra representada na figura 3.3. Esta consiste numa estrutura de suporte de um motor eléctrico que se encontra sobre uma balança electrónica que tem por função medir a propulsão gerada. Os rotores são montados numa posição invertida, um procedimento comum em testes de rotores [2, 11, 12]. Esta configuração permite ter a força de propulsão dirigida para baixo (permitindo a media do valor da força através da balança) e evitar o fenómeno de efeito de solo. Desta maneira, a esteira do rotor não tem obstáculos que interfiram com o seu desenvolvimento. Por outro lado, a estrutura de suporte fica no lado do extradorso do rotor onde as

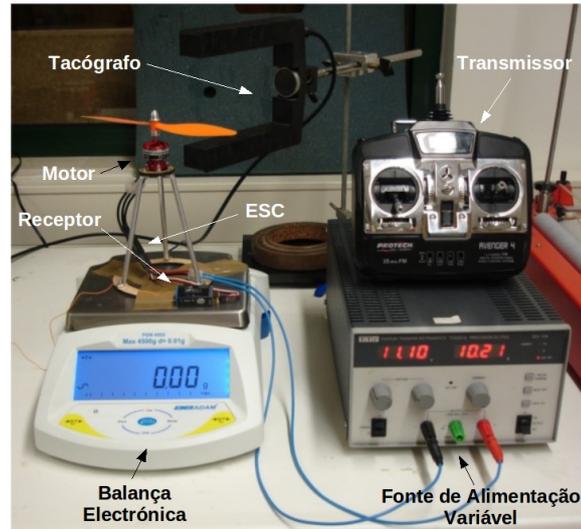
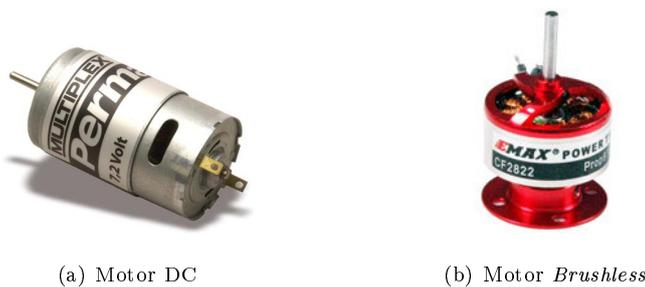


Figura 3.3: Montagem experimental

velocidades do escoamento são menores, tendo pouca influência no escoamento. O motor é alimentado por uma fonte de alimentação variável que permite controlar a diferença de potencial ou a intensidade de corrente. Por fim, a velocidade de rotação é medida através de um tacógrafo óptico que se encontra ligado ao PC, o qual regista o valor dessa velocidade (mais exactamente a frequência com que o feixe é interrompido pelas pás do rotor).

Em relação ao motor utilizado, inicialmente usou-se um simples motor DC de 7.2 V (figura 3.4 (a)). Este motor era ligado directamente à fonte alimentação e a sua velocidade era controlada pela regulação da tensão da fonte (não impondo limite sobre a intensidade de corrente). Contudo, este motor mostrou consumir muita corrente, chegando ao limite de 10 A da fonte, atingindo na maioria dos rotores velocidades de rotação inferiores a 5000 rpm.



(a) Motor DC

(b) Motor *Brushless*

Figura 3.4: Motores eléctricos utilizados nos ensaios experimentais

Como tal, decidiu-se repetir os ensaios com um motor *brushless* de 11.1 V (figura 3.4 (b)), semelhante ao que irá ser utilizado no quadrirotor real. Estes motores têm a vantagem de serem pequenos, leves e capazes de atingir velocidades de rotação elevadas. Contudo, uma vez que estes motores são trifásicos, foi necessário incluir na montagem um controlador de velocidade (ESC), para além de um

receptor e um rádio transmissor para controlar a velocidade de rotação. A fonte de alimentação foi configurada para fornecer uma tensão constante de 11.1 V, não impondo limites na corrente fornecida.

Algumas das características técnicas de parte dos componentes utilizados podem ser consultadas na tabela 3.2.

Tabela 3.2: Características técnicas de vários componentes da montagem experimental

<b>Motor</b> <b>Eléctrico <i>Brushless</i></b> <b>(EMAX 2822)</b>	Tensão Nominal:	11.1 V	
	Kv:	1200 rpm/V	
<b>Balança</b> <b>Electrónica</b> <b>(PGW 4502i)</b>	Peso Máximo:	4500 g	
	Resolução:	0.01 g	
	Precisão:	$\pm 0.02$ g	
<b>Fonte de Alimentação</b> <b>Variável</b> <b>(TTi TSX3510)</b>	Tensão Máxima:	35 V	
	Corrente Máxima:	10 A	
	Resolução:	10 mV, 10 mA	
	Precisão:	Voltagem:	$\pm(0.2\% + 1 \text{ dígito})$
		Corrente:	$\pm(0.5\% + 1 \text{ dígito})$

Os procedimentos efectuados para a configuração de componentes da montagem e da obtenção dos valores experimentais encontram-se descritos no anexo A. O valor da propulsão é lido na balança electrónica, a velocidade de rotação no PC que recebe os dados do tacógrafo, e a tensão e corrente consumida na própria fonte de alimentação.

### 3.1.3 Estudo dos Erros de Medição

Quando se realizam medições experimentais, existem sempre erros associados. Estes erros provêm de erros de leitura por parte do utilizador, imprecisões do próprio equipamento de medida, etc.

Uma vez que todas as medições foram feitas a partir de aparelhos digitais, considera-se que o erro de leitura é de  $\pm 1/2$  do último dígito [13]. Assim, os erros de leitura são os seguintes:

Tacógrafo:	$\pm 0.5$ rpm
Fonte de Alimentação:	$\pm 0.005$ V / $\pm 0.005$ A
Balança:	$\pm 0.005$ g

Outro tipo de erro é a chamada incerteza. Este é um erro inerente ao próprio aparelho e é normalmente fornecido pelo fabricante. A precisão de cada aparelho encontra-se especificada na tabela 3.2.

Uma vez que os dados experimentais não são usados apenas directamente, mas também são usados para calcular outras grandezas, é necessário determinar a propagação do erro, i.e., qual será o erro da grandeza calculada. Para saber a incerteza associada a um determinado resultado ( $\delta_R$ ) obtido

através de uma função  $R = R(x_1, x_2, \dots, x_n)$  e sabendo as incertezas das variáveis independentes  $(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n)$  utiliza-se a seguinte fórmula [14]:

$$\delta_R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial x_1} \delta_1\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial x_2} \delta_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial R}{\partial x_n} \delta_n\right)^2} \quad (3.1)$$

Em relação ao tacógrafo, o fabricante especifica que este tem uma resolução de 0.1mm. Uma vez que é um erro muito pequeno face aos dos outros componentes e o valor obtido é elevado ao quadrado ou ao cubo e em denominador, considerou-se que é desprezável.

Assim, para o cálculo da potência, tem-se que

$$P = UI \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial P}{\partial U} = I \\ \frac{\partial P}{\partial I} = U \end{cases} \quad (3.2)$$

$$\Rightarrow \delta_P = \sqrt{(I \times U \times 0.002)^2 + (U \times I \times 0.005)^2} \quad (3.3)$$

Os valores máximos atingidos pelas variáveis nos ensaios foram  $U = 11.1V$  e  $I = 10A$ . Neste caso  $\delta_P \approx \pm 0.6W$ .

Em relação à propulsão, a precisão da balança é de  $\pm 0.02$  g. Contudo, durante os ensaios experimentais, houve dificuldade em obter uma leitura estabilizada do valor desta. A variação chegou a ser de cerca de 10 g. Como tal, este erro foi o preponderante nesta grandeza.

O estudo dos erros experimentais envolve um pouco de senso comum. Uma prática comum para saber qual o erro a considerar nos cálculos consiste em utilizar o erro maior que o parâmetro apresenta [13].

### 3.1.4 Resultados

Para cada rotor foram feitos 2 ensaios independentes, tendo sido utilizados na análise todos os resultados obtidos. Estes encontram-se resumidos nas tabelas B.1 e B.2 do anexo B. As condições atmosféricas do laboratório na altura dos ensaios experimentais foram as seguintes:

$$\begin{aligned} T &= 26 \text{ }^\circ\text{C} \\ p &= 102 \text{ kPa} \\ \rho &= 1.188 \text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

Em primeiro lugar, interessa ver a evolução dos coeficientes adimensionais de propulsão e de potência ( $C_T$  e  $C_P$ ) com a velocidade de rotação. É de esperar que estes se mantenham constantes, pois são adimensionalizados com a velocidade de rotação da ponta da pá. Esta evolução pode ser vista nos gráficos da figura 3.5.

Em relação ao  $C_T$ , como era esperado, este mantém-se relativamente constante. Contudo, quando se analisa a evolução do  $C_P$  verifica-se que esta sofre uma variação considerável para as velocidades de rotação mais baixas, tendendo depois para um valor fixo. Idealmente, o valor do  $C_P$  deveria manter-se

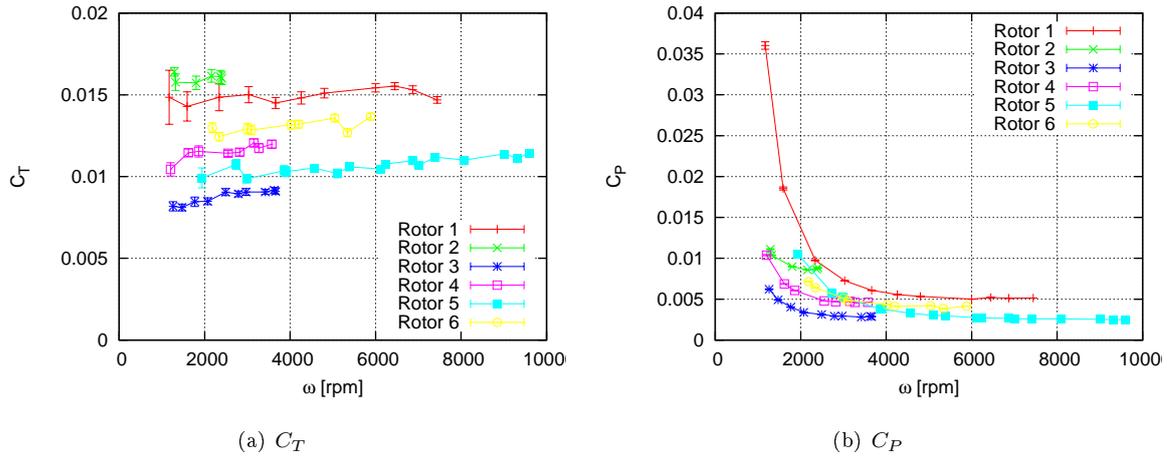


Figura 3.5: Coeficientes adimensionais de propulsão e de potência em função da velocidade de rotação

sempre constante, à semelhança do  $C_T$ . Uma vez que tal não aconteceu, para efeitos do cálculo do  $C_P$  médio ( $\overline{C_P}$ ), os 3 primeiros pontos de cada curva de  $C_P$  foram ignorados.

O valor médio dos coeficientes e o desvio padrão para cada rotor encontram-se calculados na tabela 3.3. Estes valores podem também ser analisados sob a forma dos gráficos da figura 3.6. Nestes gráficos, o desvio-padrão da média  $\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ , em que  $\sigma$  é o desvio-padrão dos dados e  $n$  é o número de amostras em cada curva, aparece sob a forma de barras de erro. Para efeitos de comparação, foram incluídos também os resultados obtidos nos ensaios efectuados com o motor DC.

Tabela 3.3: Média e desvio-padrão da média ( $\sigma_m$ ) dos valores de  $C_T$  e  $C_P$  para cada rotor

Rotor	Motor <i>Brushless</i>				Motor DC			
	$\overline{C_T}$	$\sigma_m$	$\overline{C_P}$	$\sigma_m$	$\overline{C_T}$	$\sigma_m$	$\overline{C_P}$	$\sigma_m$
1	0.0149	0.0001	0.0056	0.0003	0.0155	0.0005	0.0069	0.0005
2	0.0160	0.0001	0.0087	0.0001	0.0162	0.0003	0.0141	0.0005
3	0.0088	0.0001	0.0030	0.0001	0.0085	0.0004	0.0043	0.0004
4	0.0115	0.0002	0.0047	0.0001	0.0109	0.0008	0.0071	0.0007
5	0.0107	0.0001	0.0029	0.0001	0.0107	0.0002	0.0034	0.0002
6	0.0131	0.0001	0.0043	0.0001	0.0131	0.0004	0.0055	0.0006

A força produzida pelos rotores e a potência consumida podem ser vistas na figura 3.7. Como se pode ver no gráfico da propulsão em função da corrente consumida, houve 2 rotores que atingiram o limite de corrente imposto pela fonte de alimentação (1 e 5) enquanto que nos restantes o ensaio terminou por paragem involuntária do motor, antes de se atingir esse limite.

Apesar de ser útil ter uma noção absoluta da força gerada e potência consumida, estas grandezas não permitem por si só identificar qual o melhor rotor. Para isso é necessário recorrer a parâmetros

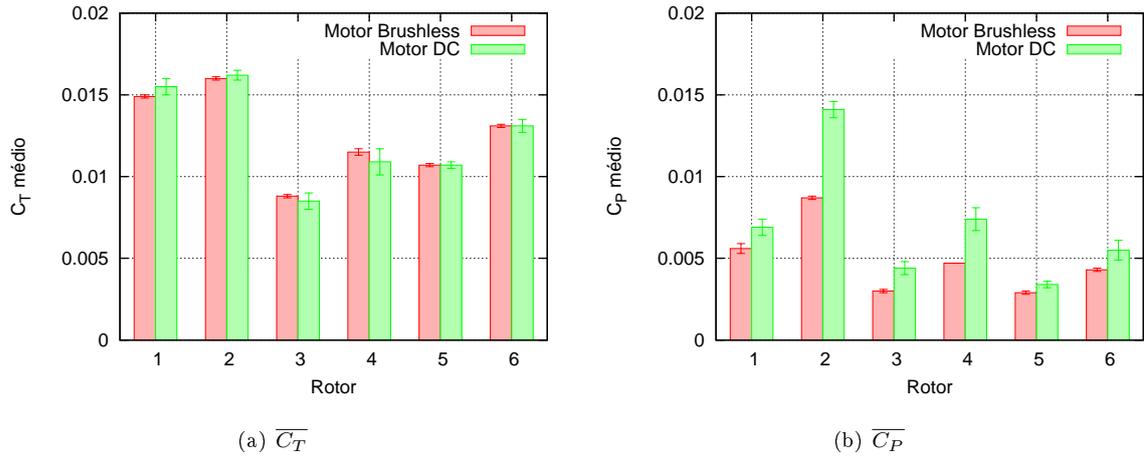


Figura 3.6: Valores médios de  $C_T$  e  $C_P$  para cada rotor (as barras de erro representam o desvio-padrão)

como a eficiência do rotor:

$$FM = \frac{P_{ideal}}{P_{real}} = \frac{C_T^{3/2}}{2\sqrt{a_w}C_P} \quad (3.4)$$

e o carregamento de potência:

$$PL = \frac{T}{P} = \frac{C_T}{C_P V_{tip}} \quad (3.5)$$

Estes parâmetros encontram-se representados nos gráficos da figura 3.8. Em relação à eficiência, quando se efectuam comparações entre rotores diferentes a desenvolver a mesma força, podem-se tirar conclusões erradas, devendo-se apenas comparar rotores com igual carregamento de disco  $DL$  [6].

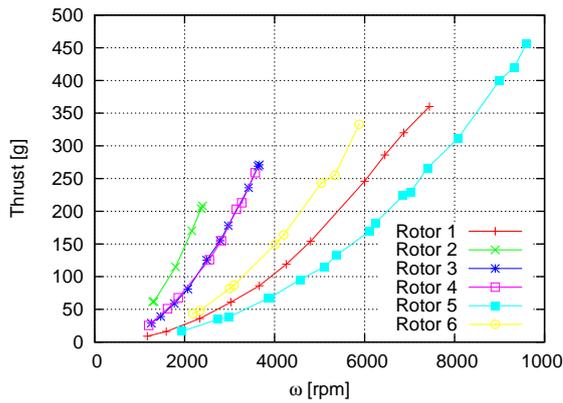
Interessa referir que o valor utilizado no parâmetro de contracção de esteira foi de  $a_w = 0.25$ , valor esse que é recomendado para se usar em rotores de pequena escala, como é o caso destes [6].

Por fim, foram ainda calculados os valores de  $FM$  de acordo com a fórmula 3.4 e usando os valores médios de  $C_T$  e  $C_P$ . Os resultados encontram-se representados na figura 3.9.

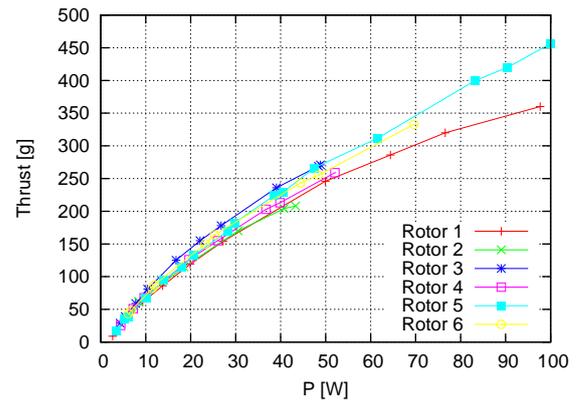
### 3.1.5 Discussão

Abordando em primeiro lugar a evolução do  $C_T$  e do  $C_P$ , como já foi dito, esperava-se que esta fosse constante nos dois casos. No entanto isto não se verificou no último. A variação inicial verificada pode dever-se a efeitos do escoamento a Reynolds muito baixos. De facto, para uma velocidade de rotação de cerca de 2000 rpm (velocidade a partir da qual os valores de  $C_P$  passam a ter uma evolução mais constante), o número de Reynolds na ponta da pá de todos os rotores situa-se entre  $1 \times 10^4$  e  $2 \times 10^4$ , valores estes bastante baixos (típicos de MAV's).

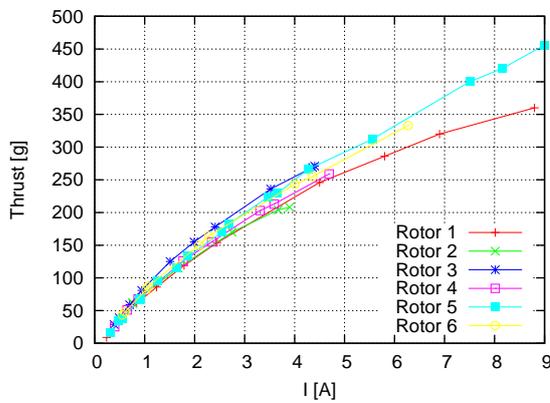
Uma vez que a propulsão produzida por qualquer um dos rotores até às 2000 rpm é baixo, pode-se admitir que esse é um regime no qual o quadrirotor não irá operar, pelo menos na maior parte da sua operação. Desta forma considera-se a variação do  $C_P$  como um comportamento transitório, e justifica-se assim o facto de se ter ignorado os 3 primeiros valores de cada uma das curvas no cálculo do  $\overline{C_P}$ .



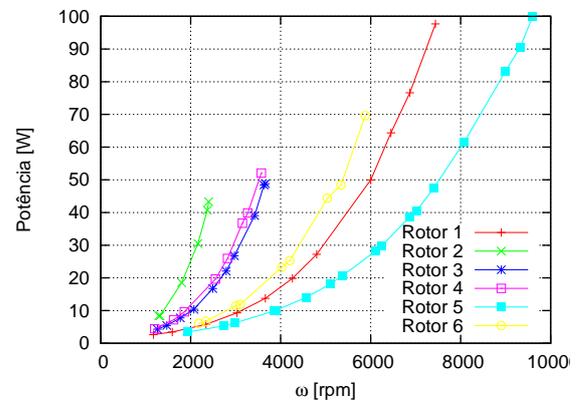
(a) Propulsão em função da velocidade de rotação



(b) Propulsão em função da potência consumida



(c) Propulsão em função da corrente consumida



(d) Potência consumida em função da velocidade de rotação

Figura 3.7: Gráficos da propulsão produzida em função de vários parâmetros e da potência consumida

Em relação ao  $C_T$ , os resultados obtidos com ambos os motores são praticamente iguais, o que era de esperar uma vez que o  $C_T$  é característico do rotor. Por outro lado, o  $C_P$  depende do motor utilizado. Uma vez que o motor DC consumiu mais potência do que o motor *brushless*, era expectável que os valores de  $C_P$  do ensaio com o primeiro fossem superiores aos do ensaio com o último, como se veio a verificar.

Ao efectuar uma análise mais atenta às características de cada rotor e à velocidade máxima atingida por cada um, antes de o motor parar, verificou-se que quanto menor o diâmetro do rotor, maior a velocidade atingida. Tudo parece então indicar que os ensaios dos rotors com diâmetro superior ao dos rotors 1 e 5 foram limitados pela resistência aerodinâmica que geraram, resistência essa que a determinado ponto o motor não teve capacidade para vencer.

Em termos de eficiência do rotor, os rotors que apresentam um maior valor de  $FM$ , na maior parte da gama de carregamento de disco, foram os rotors 1, 5 e 6. Estes rotors foram também aqueles cujo valor médio de eficiência foi superior. No entanto, para efeitos de projecto, o carregamento de potência é mais importante, pois este dá-nos a relação entre a propulsão produzida e a potência consumida.

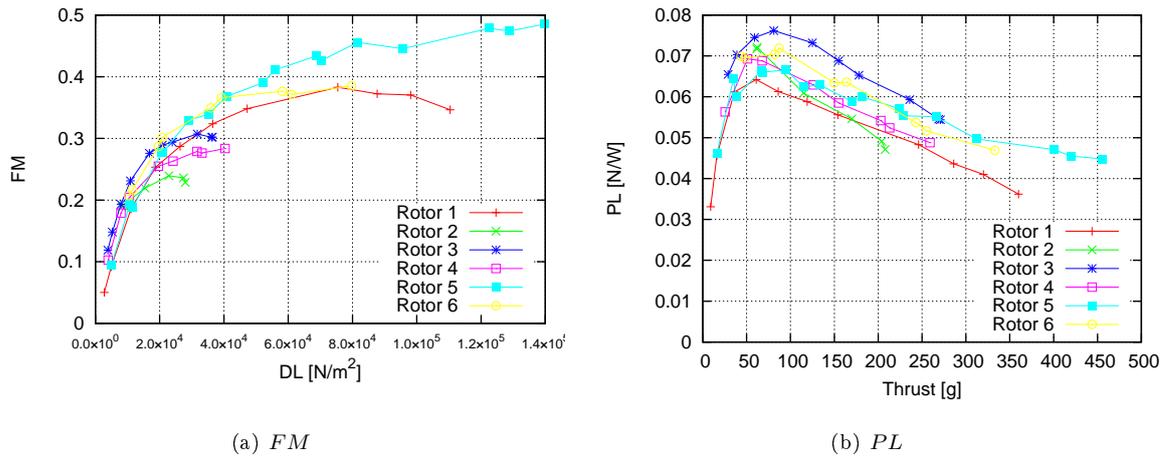


Figura 3.8: Eficiência do rotor e carregamento de potência

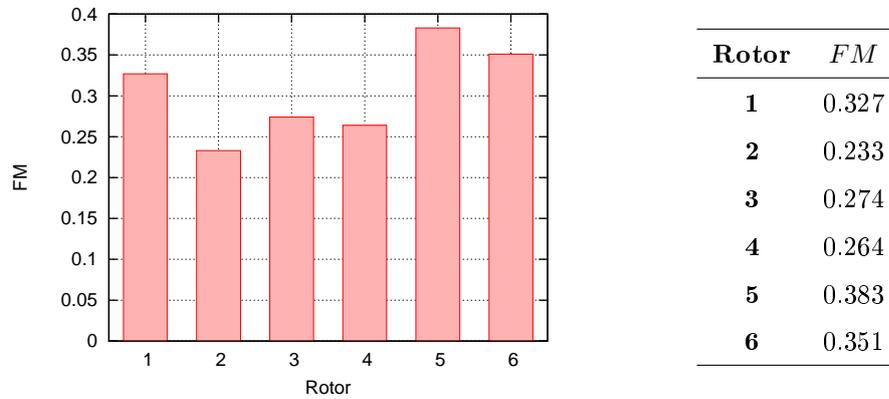


Figura 3.9: Eficiência do rotor calculada com os valores médios de  $C_T$  e  $C_P$

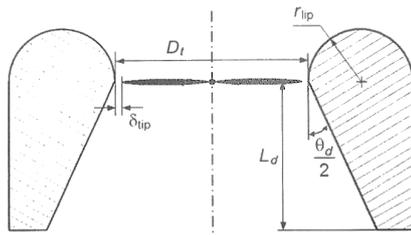
Sobre este ponto de vista, até um valor de propulsão de cerca de 250g, o rotor 3 é o que demonstra um melhor desempenho, seguido dos rotores 5 e 6. Contudo, para valores superiores a 250g, que correspondem à gama em que o quadrirotor irá operar, o rotor 5 passa a ter um  $PL$  mais elevado do que a tendência do rotor 3 parece sugerir.

## 3.2 Ensaio de Rotor com Conduta

Algo que também tem algum interesse é verificar qual a influência da utilização de uma conduta em torno dos rotores. Contudo, uma vez que conduta tem de ser dimensionada de acordo com o diâmetro do rotor e o seu fabrico é trabalhoso e algo demorado, decidiu-se fazer este estudo apenas com o rotor que demonstrou melhor desempenho. Como tal, escolheu-se o rotor 5.

O dimensionamento da conduta foi feito tendo por base as recomendações feitas por J. L. Pereira e I. Chopra no seu estudo de micro-rotores com condutas [12]. Estes verificaram experimentalmente que os parâmetros ideais (segundo o seu estudo) para uma conduta de pequena escala são os especificados na

figura 3.10. Dado o estudo extensivo efectuado por estes autores, decidiu-se adoptar os seus resultados neste dimensionamento.



$$\delta_{tip} = 0.1\%D_t = 0.202 \text{ mm}$$

$$r_{tip} = 13\%D_t \simeq 26 \text{ mm}$$

$$L_d = 72\%D_t \simeq 145 \text{ mm}$$

$$\theta_d = 10^\circ$$

Figura 3.10: Parâmetros geométricos da conduta e os seus valores ideais [12]

Os ensaios efectuados incidiram principalmente sobre qual o aumento de propulsão. Contudo, aproveitando o facto de se estar a fazer este estudo comparativo, realizaram-se também algumas medidas do ruído produzido.

### 3.2.1 Construção

A conduta usada nos ensaios experimentais foi construída em poliestireno extrudido, a partir de várias placas empilhadas e coladas entre si. Este bloco foi depois fixo a um torno mecânico para ser maquinado até próximo da sua forma final. Por fim foi aplicado betume na parede interior e *inlet* para preencher buracos existentes devido ao facto de o poliestireno não ser completamente maciço e eventuais imperfeições provenientes do processo de maquinagem. Todas estas operações foram complementadas por um lixamento para dar à peça um melhor acabamento. O aspecto final da conduta pode ser visto na figura 3.11.

Importa referir que, devido ao facto de a construção ter sido manual, não foi possível ter tolerâncias muito pequenas em termos das dimensões. Isto é particularmente notório no  $\delta_{tip}$  que acabou por ser de cerca de 1 mm e não os 0.202 mm recomendados.



Figura 3.11: Aspecto final da conduta

### 3.2.2 Montagem Experimental

A montagem experimental utilizada nos ensaios para determinação da propulsão (ver figura 3.12) consistiu basicamente numa adaptação da anterior, acrescentado apenas uns tubos dispostos radialmente e na horizontal para suportar a conduta. Esta, à semelhança do rotor, é montada de pernas para o ar, pelas mesmas razões já abordadas na secção 3.1.2. Na figura 3.13 é possível ver o rotor dentro da conduta mais em pormenor.

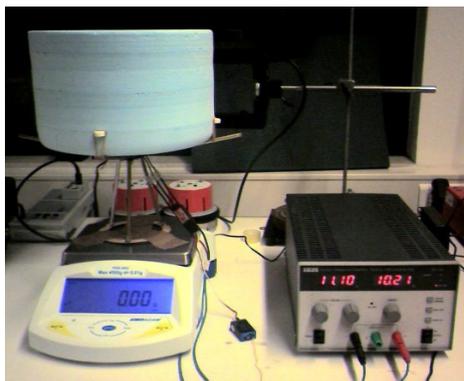
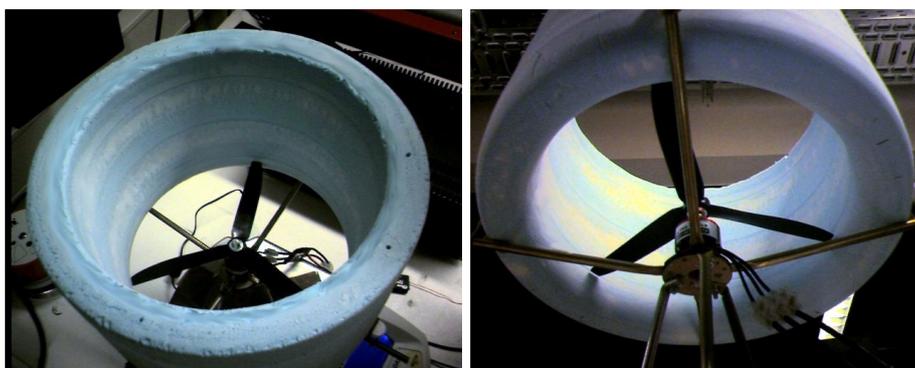


Figura 3.12: Montagem experimental para o estudo do *thrust*



(a) Vista de cima

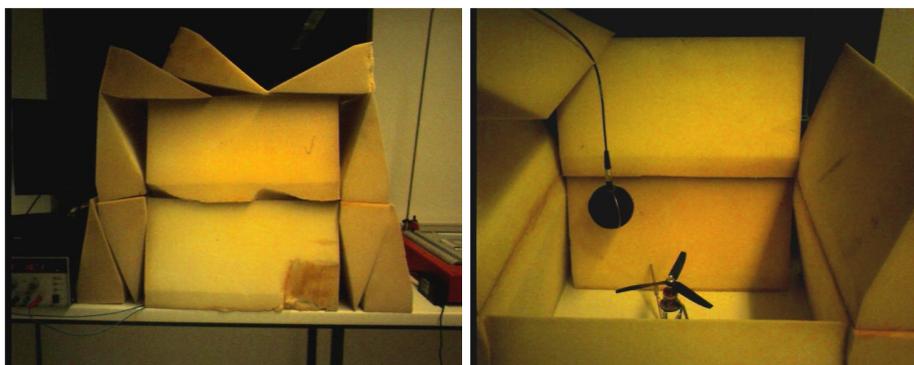
(b) Vista de baixo

Figura 3.13: Pormenor do rotor dentro da conduta

É de referir que neste caso, não foi possível utilizar o tacógrafo devido às dimensões da conduta. Como tal, as medições efectuadas foram apenas da tensão fornecida, da corrente consumida e da força produzida.

No estudo do ruído a montagem foi algo diferente. Em primeiro lugar, o rotor e a conduta foram montados na posição correcta (propulsão dirigido para cima), uma vez que no quadrirotor real será essa a disposição, com o motor a ficar situado dentro da conduta, e não fora como acontece com a montagem anterior, o que pode ter uma influência significativa no ruído produzido. Para além disso, foram dispostos vários blocos de esponja utilizada na câmara anecóica do túnel de vento do IST, por

forma a reduzir o fenómeno de reflexão sonora e melhorar a qualidade dos resultados obtidos. Como é óbvio, foi ainda acrescentado um microfone que ficou suspenso e disposto ao lado do rotor, de maneira a não ficar imerso na esteira. Esta montagem pode ser vista na figura 3.14.



(a) Vista de fora

(b) Pormenor do interior

Figura 3.14: Montagem experimental usada para os ensaios de ruído

### 3.2.3 Resultados

#### Força Produzida

Como já foi dito, por impossibilidade de usar o tacógrafo, não foi possível ter medições da velocidade de rotação do rotor. Contudo, uma vez que se pretende efectuar uma comparação da propulsão produzida face à potência consumida, tal parâmetro não é necessário. As condições atmosféricas do laboratório eram as seguintes:

$$\begin{aligned}T &= 25 \text{ }^\circ\text{C} \\p &= 102.7 \text{ kPa} \\ \rho &= 1.200 \text{ kg/m}^3\end{aligned}$$

Inicialmente os ensaios foram feitos apenas com o rotor 5. Contudo, uma vez que se dispunha de outro rotor que podia ser utilizado nesta conduta (o rotor 1 tem apenas mais 1 mm de diâmetro), foram incluídas também medições com este rotor, para se poder fazer uma análise mais rica e completa.

Os dados obtidos podem ser consultados no anexo B, na tabela B.3. Na figura 3.15 pode ser vista a evolução da força produzida e da potência consumida, para os 2 rotores, tanto no caso de rotor aberto como para rotor com conduta.

#### Estudo do Ruído

Em relação ao estudo do ruído produzido, o objectivo não foi determinar exactamente qual o seu valor, mas sim ver qual a diferença verificada pela presença da conduta. Os parâmetros medidos foram o nível sonoro contínuo equivalente ( $LA_{eq}$ ) expresso em db(A) e o pico de nível de pressão sonora ( $LC_{pico}$ ) expresso em dB(C). Esta escolha teve como base o facto de serem estes os parâmetros mais

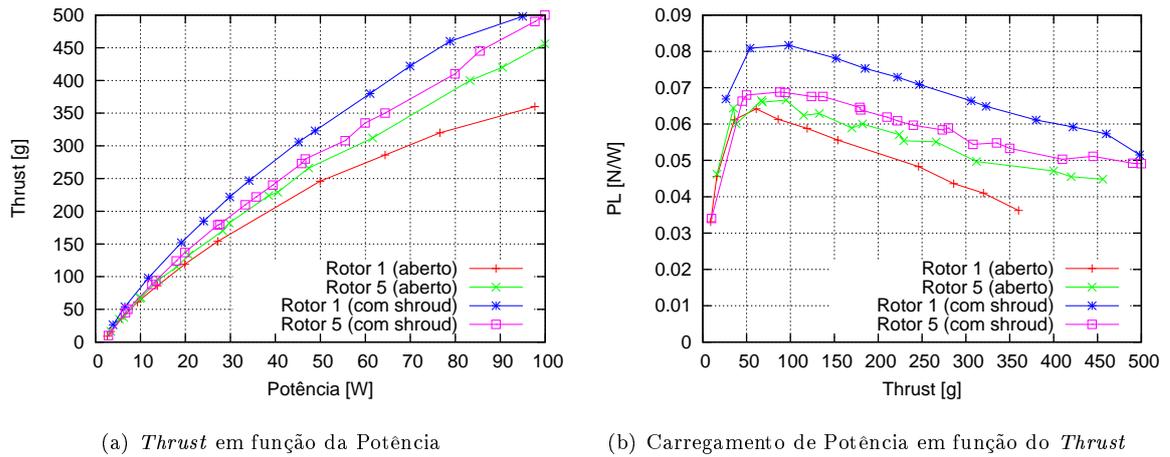


Figura 3.15: Comparação dos resultados com e sem conduta

utilizados no estudo do ruído e os referido em termos de legislação do mesmo. Os valores obtidos encontram-se na tabela 3.4.

Tabela 3.4: Valores do ruído registado

	Sem Conduta	Com Conduta
$LA_{eq}$	88.3 dB(A)	93.9 dB(A)
$LC_{pico}$	106.0 dB(C)	110.4 dB(C)

Para além disso foram também registados os espectros dos níveis sonoros equivalentes (com o filtro 'Z', i.e., sem ponderação). Estes podem ser vistos no gráfico da figura 3.16.

É ainda de referir que, nestes ensaios, apenas foi utilizado o rotor 5 e que as medições foram feitas durante um período de 30 segundos, com o motor a consumir 5 A de corrente (com 11.1 V de tensão).

### 3.2.4 Discussão

Como se pode ver na figura 3.15, a conduta não teve um efeito muito significativo no rotor 5, tendo havido um aumento de propulsão de apenas 10% para uma potência consumida de cerca de 100W (ou uma diminuição da potência consumida de cerca de 14% para uma propulsão de 450g). Face aos resultados obtidos por Pereira e Chopra [12], estes valores são algo baixos.

Contudo, ao analisar os resultados do rotor 1, verifica-se que a conduta provocou um aumento da propulsão de cerca de 34% para uma potência consumida de 100W (ou uma diminuição da potência consumida de cerca de 45% para uma propulsão de 350g). Estes valores são bastante melhores, apesar de ainda assim estarem um pouco distantes dos referidos em [12].

Uma das razões para tal é provavelmente o facto de a superfície interior da conduta não ser suficientemente lisa, provocando assim escoamento turbulento e um aumento das perdas aerodinâmicas.

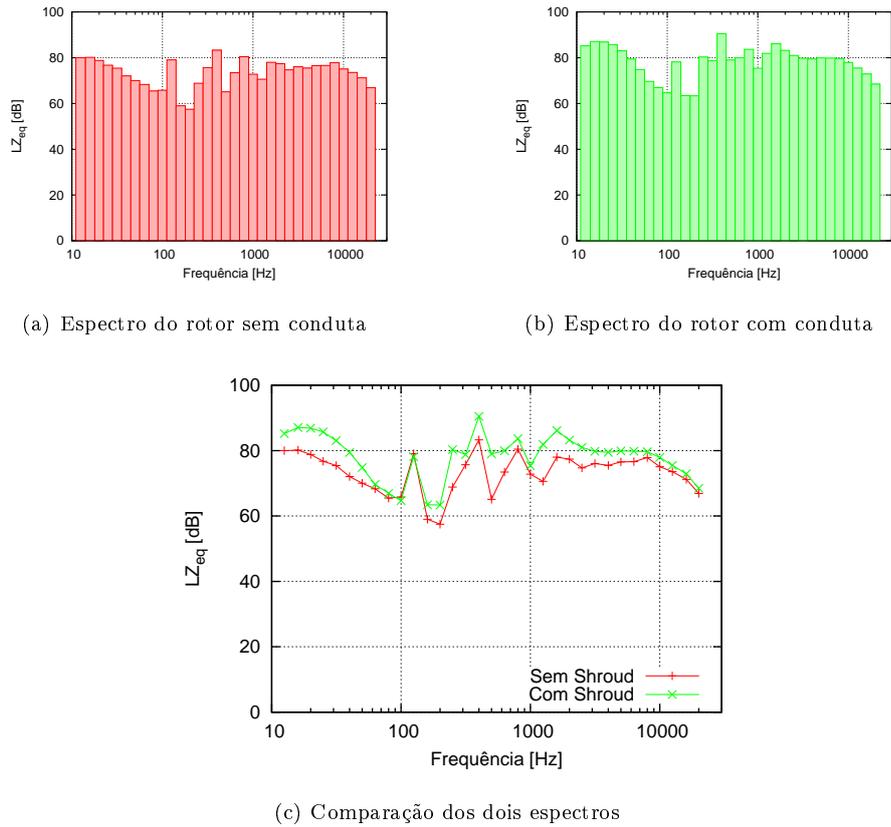


Figura 3.16: Espectros de ruído obtidos

Para além disso, o facto de a conduta ter sido construída manualmente faz com que as dimensões dificilmente sejam exactamente iguais às das especificações.

No entanto, as razões acima indicadas afectam os dois rotores de igual forma. Há que encontrar então a razão para uma maior melhoria no rotor 1 comparativamente com o rotor 5. Existem duas razões prováveis: o  $\delta_{tip}$  e o ângulo de torção das pás.

Começando pela primeira, uma vez que o rotor 1 tem mais 1mm de diâmetro, isso significa que o  $\delta_{tip}$  irá ser menor, afectando de forma positiva o desempenho do rotor com conduta. Variações pequenas (inferiores a 1% do diâmetro do rotor) podem provocar uma variação significativa no aumento da propulsão produzida pelo rotor com conduta, face ao rotor aberto, uma vez que diminuem as perdas ocorridas na ponta da pá [12].

Em termos do ângulo de torção das pás, ao analisar a figura 3.2 verifica-se que o ângulo das pás do rotor 1 é maior do que o rotor 5. De facto, apesar de na zona da raiz a distribuição de  $\theta(r)$  ser semelhante nos dois rotores, na metade exterior a diferença de  $\theta$  é superior a  $5^\circ$ , além do facto de o rotor 1 ter apresentado um valor de  $C_T$  superior. No rotor utilizado no estudo de Pereira e Chopra (de pás rectangulares e sem torção) o ângulo de colectivo que devolveu melhores resultados foi próximo de  $20^\circ$ . Para além disso, se observarmos os rotores utilizados em aplicações reais com condutas, é possível ver que apresentam ângulos de torção elevados. Isto deve-se ao facto de, por o rotor se encontrar

protegido pela conduta de qualquer escoamento lateral, pode apresentar ângulos de torção mais altos, que se manifestem num maior valor de  $C_T$ . No caso de um rotor aberto, esta geometria iria penalizar severamente a performance do rotor no caso de apresentar movimento lateral.

Outro aspecto interessante verificado foi o facto de a conduta ter intensificado o efeito de solo. Durante os ensaios colocou-se uma superfície plana na zona de saída da esteira do rotor para ver qual a influência na força produzida. No caso do rotor aberto não houve nenhuma alteração visível. Contudo, no caso do rotor com conduta, registou-se um pequeno aumento da força produzida, inferior a 10%.

No que diz respeito à análise do ruído, os resultados obtidos foram algo inesperados. Os ensaios efectuados indicam que o rotor com conduta produz mais ruído do que o rotor aberto. Mais concretamente, houve uma diferença do nível sonoro de 5.6 db(A). Em termos do espectro, o rotor com conduta apresentou valores mais elevados em todas as bandas, com a excepção da zona em torno dos 100Hz em que os níveis são praticamente iguais para os dois rotores.

Estes resultados são um pouco contra-intuitivos, uma vez que seria de esperar que a conduta "escondesse" o ruído produzido. Contudo não foi isso que se verificou. Uma possível razão para este comportamento pode estar relacionado com fenómenos de vibração da conduta e/ou com a interacção do escoamento com as paredes interiores deste.

Contudo, para tirar melhores conclusões seria necessário efectuar mais ensaios, medindo o som em várias posições diferentes. No entanto, uma vez que o estudo do ruído não é um aspecto essencial desta tese, decidiu-se não investir mais tempo na realização desses mesmos ensaios.

## Capítulo 4

# Design do Rotor Optimizado

*"Engineering problems are under-defined, there are many solutions, good, bad and indifferent. The art is to arrive at a good solution. This is a creative activity, involving imagination, intuition and deliberate choice."*

*Ove Arup*

Um dos problemas de se utilizar rotores disponíveis no mercado é o facto de estes não se encontrarem optimizados para uma plataforma/aplicação específica. Como tal, é de grande interesse o estudo do design de um rotor, adaptado a este caso concreto.

Para este design óptimo são necessárias duas componentes: um modelo aerodinâmico do rotor e um processo de optimização. Para a primeira foi feita uma implementação computacional da BEMT, enquanto que para a segunda foi desenvolvido um Algoritmo Genético.

Idealmente, o rotor resultante desta análise deveria ser construído e utilizado no quadrirotor. Contudo, por se tratar de um componente que exige um elevado grau de precisão e devido a restrições orçamentais e de tempo, decidiu-se efectuar este estudo numa vertente mais académica. Pretende-se com isto mostrar o tipo de resultados possíveis de obter através da BEMT e de Algoritmos Genéticos, e fornecer algumas orientações relativamente ao dimensionamento de rotores.

### 4.1 Modelo Aerodinâmico do Rotor (BEMT.m)

Como já foi dito, o primeiro passo no processo de design de um rotor é a criação de um modelo do mesmo que permita caracterizar o desempenho de uma determinada configuração. Para tal existem vários métodos, tais como códigos CFD (*Computational Fluid Dynamics*) [15], VLM (*Vortex Lattice Method*), etc. Contudo, estes métodos são tipicamente grandes consumidores de recursos computacionais e são mais indicados para o estudo do escoamento propriamente dito em torno do rotor.

Uma vez que, no caso deste trabalho, o principal objectivo foi apenas obter valores do desempenho, i.e., da eficiência, propulsão gerada, potência consumida, etc., optou-se por utilizar a *Blade Element*

*Momentum Theory* (BEMT). Esta é uma teoria relativamente simples, de fácil implementação computacional e capaz de fornecer bons resultados [16, 17]

#### 4.1.1 Implementação

A implementação computacional da BEMT foi feita em *Octave*<sup>1</sup>, um programa e linguagem de programação *open-source* muito semelhante ao *Matlab*®.

Sendo uma implementação da BEMT, o código calcula o rácio de velocidade induzida  $\lambda(r)$  ao longo do rotor, através de uma discretização do mesmo e a partir de uma qualquer distribuição de corda  $c(r)$  e de ângulo de torção  $\theta(r)$ . Para esse cálculo, é utilizada a equação 2.51, i.e., considera-se a aproximação de um ângulo  $\phi$  pequeno e de  $C_l = C_{l_\alpha} \alpha$ . Tentou-se implementar também o caso sem aproximações, descrito pela equação 2.53. No entanto, esta equação necessita de ser resolvida iterativamente e, uma vez que não se conseguiu obter convergência da solução, este caso não foi implementado. É de referir ainda que o código considera a ocorrência de perdas na ponta das pás, através do factor  $F$  já mencionado na secção 2.5.

Uma vez obtida a distribuição de  $\lambda(r)$ , é possível integrá-la discretamente ao longo da pá e assim obter os valores de  $C_T$  e  $C_P$ . É de referir que, no cálculo do último, são utilizados valores de  $C_d$  obtidos através de uma função que foi criada e que interpola os valores a partir de tabelas com dados experimentais, para números de Reynolds entre  $1.6 \times 10^5$  e  $5 \times 10^6$  [18]. Os dados implementados são referentes ao perfil NACA0012 e ao NACA0015. Contudo, é possível adaptar a função a outros perfis, sendo apenas necessário fornecer as tabelas com os valores experimentais correspondentes. Posteriormente, com estes valores e através de expressões deduzidas a partir da teoria do momento linear, conseguem-se obter valores do desempenho do rotor como, por exemplo, a eficiência e o carregamento de potência.

Interessa referir que as equações utilizadas foram deduzidas para um parâmetro de contracção de esteira  $a_w$  genérico, uma vez que este pode ser muito diferente do valor teórico quando se trata de rotores de pequena dimensão [6]. Outro aspecto importante é o facto de o código modelar rotores de pás fixas, i.e., não contempla a existência de batimento ou de avanço/recuo. Apesar de isto poder ser relevante no estudo de rotores de dimensões convencionais, optou-se por não o incluir no código pois este foi criado com o intuito de estudar rotores de pequenas dimensões, típicos de aero-modelismo, os quais, normalmente, não dispõem destes movimentos.

O código BEMT.m e respectivo fluxograma encontram-se disponíveis no anexo D.

#### 4.1.2 Validação

Para se proceder à validação do código, foram utilizados os resultados experimentais provenientes de 2 estudos diferentes: um realizado por Squire et al [19] e outro realizado por Meyer e Falabella [20].

<sup>1</sup> <http://www.gnu.org/software/octave/>

As características dos rotores utilizados nos dois estudos encontram-se resumidos na tabela 4.1, sendo que ambos os rotores eram constituídos por pás rectangulares e sem torção. Em relação aos graus de liberdade das pás, tanto um como o outro possuíam um eixo de batimento, sendo que o segundo possuía também um eixo de avanço/recuo. Convém ainda referir que o *root-cut-out* é o raio da zona interior do rotor ocupada pelo *hub*.

Tabela 4.1: Características dos rotores usados para a validação do código

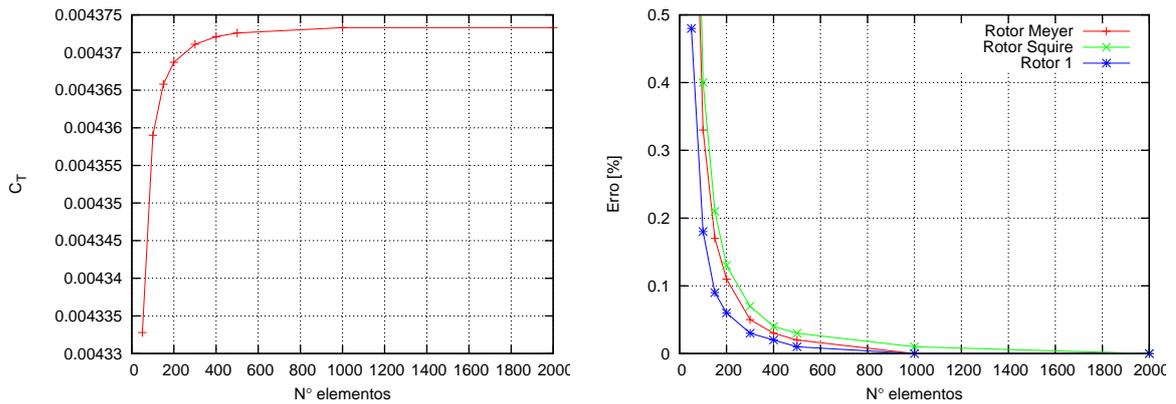
	Meyer e Falabella	Squire et al.
<b>Diâmetro (<math>D</math>)</b>	1.524 m	3.658 m
<b>Corda (<math>c</math>)</b>	0.0762 m	0.1524 m
<b>Root-cut-out</b>	0.124 m	0.178 m
<b>Vel. Rotação (<math>\Omega</math>)</b>	800 rpm	600 rpm
<b>Nº de pás (<math>N_b</math>)</b>	2	3
<b>Perfil</b>	NACA 0015	NACA 0012

Em primeiro lugar foi efectuado um estudo para determinar qual o número de divisões da pá necessário para obter um bom resultado. Apesar de ser importante obter o valor o mais exacto possível, interessa também minimizar o custo computacional do código. Isto é particularmente crítico no caso deste trabalho, uma vez que este código será utilizado para analisar inúmeras configurações diferentes de rotores durante o processo de optimização, pelo que é necessário minimizar o tempo de corrida do programa. Para tal foi feito um estudo de convergência do valor do  $C_T$ , variando o número de elementos de pá utilizados. Esse estudo pode ser visto na figura 4.1, onde é possível ver a convergência do valor de  $C_T$  do rotor de Meyer e também a evolução do erro nos rotores utilizados. Neste último gráfico, para além dos dois rotores referidos, foi também analisado o rotor 1 do capítulo 3, para ver se a utilização de um rotor mais pequeno tinha influência na convergência da solução, o que não se verificou.

Analisando o gráfico do erro pode-se concluir que a utilização de 100 elementos é razoável, uma vez que permite obter uma solução com um erro inferior a 1%.

Passando à validação propriamente dita, compararam-se os resultados obtidos através do código com os resultados experimentais. Uma vez introduzidos os dados geométricos dos rotores e os dados aerodinâmicos dos perfis no código BEMT.m, foram obtidos os resultados da tabela 4.2.

Uma vez que se trata do valor teórico, foi inicialmente usado um parâmetro de contracção de esteira com um valor de  $a_w = 0.5$ . Contudo, como se pode ver pelos resultados, verifica-se que os erros obtidos, principalmente em termos do valor de  $C_T$  e para valores de  $\theta$  baixos, foram um pouco elevados. Apesar de este erro poder dever-se ao facto de, como já foi referido, estes rotores apresentarem batimento, movimento esse que não é previsto no código BEMT.m, decidiu-se calcular os coeficientes com outro valor de  $a_w$ . De facto, a bibliografia refere que, na prática, o valor da contracção de esteira é próximo de  $a_w = 0.61$  [6]. Como tal, os cálculos foram repetidos com este valor, sendo que os resultados obtidos



(a) Valor de  $C_T$  calculado em função do n° de elementos de pá utilizados (Rotor de Meyer) (b) Erro relativo da solução em função do n° de elementos de pá utilizados

Figura 4.1: Estudo de convergência da solução

foram bastante mais próximos dos valores experimentais.

Por fim, utilizou-se o código para calcular os valores de  $C_T$  e de  $C_P$  dos rotores ensaiados no capítulo 3. Uma vez que não se conhece o perfil dos rotores, foram utilizados os dados aerodinâmicos relativos ao perfil NACA0012. O parâmetro de contracção de esteira considerado foi de  $a_w = 0.61$ . Os resultados obtidos podem ser vistos na tabela 4.3. É de referir que também foram feitos cálculos com outros valores de  $a_w$ , mas estes apresentaram, no geral, resultados piores do que os aqui representados.

Como se pode ver, os erros relativos ao  $C_T$  são pequenos, sendo inferiores a 10%, excepto no caso do rotor 6. Contudo, em relação ao  $C_P$ , os erros são muito grandes. Este facto deve-se provavelmente a duas causas: o facto de o perfil considerado não ser o perfil que o rotor realmente apresenta, e de o valor de  $C_P$  experimental corresponder à potência eléctrica consumida, que inclui também perdas do motor, das ligações eléctricas, etc. e não apenas à potência consumida pelo rotor.

De qualquer modo, face aos resultados obtidos com todos os rotores ensaiados, pode-se considerar o modelo válido, recomendando-se a utilização de um parâmetro de contracção de esteira de  $a_w = 0.61$ . Tendo em conta também os dados aerodinâmicos do perfil NACA0012, e a gama de valores em que o  $C_l$  pode ser aproximado por  $C_l = 2\pi\alpha$  (ver figura 4.2), recomenda-se também que se limite o uso do código para ângulos de ataque inferiores  $10^\circ$ .

## 4.2 Algoritmo Genético (GA.m)

Uma vez tendo um modelo aerodinâmico para o rotor, é necessário a componente responsável por fazer a optimização propriamente dita. Para tal, como já foi dito, decidiu-se utilizar um Algoritmo Genético (GA), uma vez que este é mais adequado a fazer a optimização de múltiplas variáveis do que outros métodos como os do tipo gradiente.

Tabela 4.2: Comparação dos resultados computacionais com os experimentais

$C_T$					
		$a_w = 0.5$		$a_w = 0.61$	
$\theta$	Experimental	BEMT.m	Erro	BEMT.m	Erro
<b>Meyer e Falabella</b>					
$8^\circ$	0.00380	0.00437	15.0%	0.00405	6.5%
<b>Squire et al.</b>					
$1^\circ$	0.00017	0.00021	24.8%	0.00018	7.4%
$8^\circ$	0.00442	0.00512	15.9%	0.00472	6.8%
$15^\circ$	0.01078	0.01164	8.0%	0.01091	1.2%
$C_P$					
		$a_w = 0.5$		$a_w = 0.61$	
$\theta$	Experimental	BEMT.m	Erro	BEMT.m	Erro
<b>Meyer e Falabella</b>					
$8^\circ$	0.000290	0.000301	3.7%	0.000297	2.6%
<b>Squire et al.</b>					
$1^\circ$	0.000079	0.000067	15.6%	0.000066	16.0%
$8^\circ$	0.000336	0.000367	9.3%	0.000361	7.3%
$15^\circ$	0.001123	0.001137	1.2%	0.001140	1.5%

### 4.2.1 Implementação

À semelhança do código BEMT.m, o algoritmo genético foi implementado em linguagem *Octave*. Como já foi discutido anteriormente, este tipo de algoritmos é composto por operadores genéticos, sendo que, para cada um deles, existem vários métodos diferentes passíveis de serem utilizados. Apesar de a literatura apresentar uma grande quantidade destes métodos, decidiu-se implementar apenas os que se encontram descritos na secção 2.6, uma vez que são os mais comuns e que parecem apresentar melhores resultados.

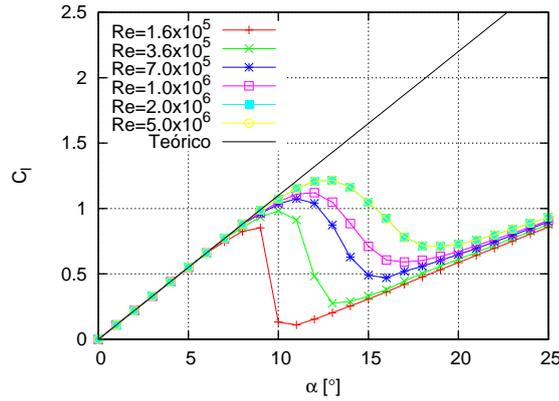
Para além de possibilitar a escolha de qual o método a utilizar em cada operador, o código necessita que sejam especificados os valores para os parâmetros do algoritmo. Estes parâmetros consistem no número de gerações ( $N_{gen}$ ), tamanho da população ( $N_{pop}$ ), população seleccionada para o acasalamento ( $N_{keep}$ ) e a taxa de mutação ( $\mu$ ).

Por fim, é necessário fornecer a função que se pretende minimizar (ou maximizar), quais as variáveis que irão ser alvo de optimização, a gama de valores possíveis para cada uma e, se o problema a assim obrigar, possíveis restrições/limites da solução. Existem na literatura muitas abordagens ao tratamento destas restrições, desde atribuir um *fitness* de 0 às soluções que se encontrem fora destas, até à tentativa de melhoria da solução de modo a respeitá-las [21, 22]. Por se tratar da metodologia de mais fácil implementação, decidiu-se utilizar a primeira.

Uma vez fornecidos todos os dados de entrada, o código executa o algoritmo, no fim do qual apresenta a melhor solução obtida e a evolução da melhor solução e da média da população ao longo

Tabela 4.3: Comparação dos resultados computacionais com os rotores do capítulo 3

Rotor	$C_T$			$C_P$		
	Experimental	BEMT.m	Erro	Experimental	BEMT.m	Erro
1	0.01490	0.01578	5.9%	0.005600	0.001993	64.4%
2	0.01600	0.01601	0.1%	0.008700	0.002037	76.6%
3	0.00880	0.00835	5.2%	0.003000	0.000780	74.0%
4	0.01150	0.01196	4.0%	0.004700	0.001430	69.6%
5	0.01070	0.01013	5.3%	0.002900	0.001049	63.8%
6	0.01310	0.01135	13.4%	0.004300	0.001212	71.8%

Figura 4.2: Valores experimentais de  $C_l$  do perfil NACA0012, para vários números de Reynolds [18]

das gerações.

O código GA.m e respectivo fluxograma encontram-se disponíveis no anexo E.

#### 4.2.2 Validação

Para validar o algoritmo genético recorreu-se a duas funções de teste cujo mínimo e respectiva localização é conhecida [23]. Estas funções são superfícies tri-dimensionais caracterizadas por uma grande quantidade de picos e vales. Utilizam-se estas funções porque, devido à sua natureza, um método de determinação do máximo que não seja suficientemente robusto é facilmente levado a convergir para um máximo local, que não corresponde ao máximo global que se pretende encontrar. As funções utilizadas encontram-se apresentadas na tabela 4.4 e na figura 4.3.

Tabela 4.4: Características das funções de teste para validação do GA

	<b>F1</b>	<b>F2</b>
<b>Função</b>	$x \sin(4x) + 1.1y \sin(2y)$	$-x \sin\left(\sqrt{ x - (y + 9) }\right) - (y + 9) \sin\left(\sqrt{ y + 0.5 * x + 9 }\right)$
<b>Gama</b>	$0 \leq x, y \leq 10$	$-20 \leq x, y \leq 20$
<b>Mínimo</b>	$f(9.039, 8.668) = -18.5547$	$f(-17.007, 2.073) = -25.2305$

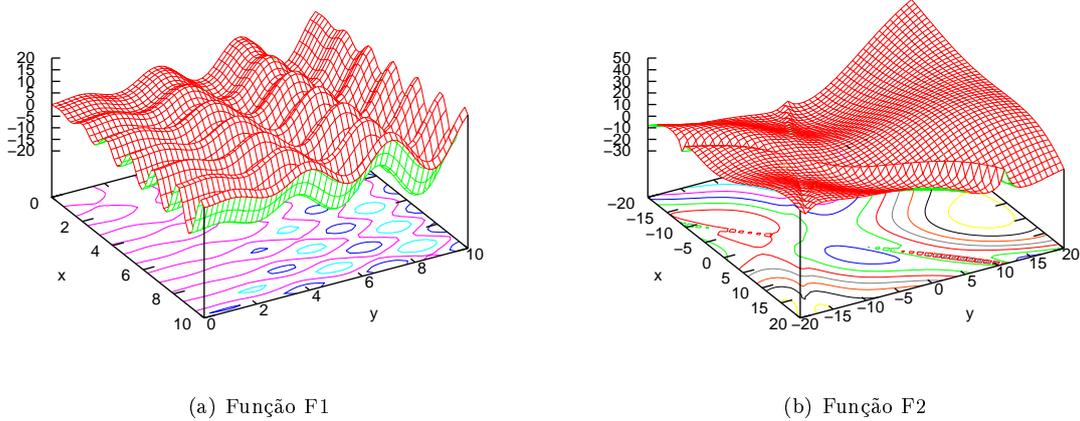


Figura 4.3: Funções de teste para validação do GA

Tendo em conta as conclusões apresentadas por De Jong [8], as compiladas por Haupt [23] e também alguma experimentação, os parâmetros do algoritmo utilizados na validação foram  $N_{gen} = 50$ ,  $N_{pop} = 60$ ,  $N_{keep} = 30$  e  $\mu = 10\%$ . Todas as combinações dos métodos foram testadas e todas elas foram capazes de encontrar os mínimos das funções.

Devido à natureza estocástica destes algoritmos, a evolução da solução nunca é exactamente igual. Como tal, é necessário correr cada caso várias vezes, para verificar que esta converge sempre para o mesmo valor. No entanto, e uma vez que os métodos testados são muitos, é apresentada apenas uma das evoluções da solução, sendo um exemplo representativo (ver figura 4.4). O valor da melhor solução obtida encontra-se na tabela 4.5.

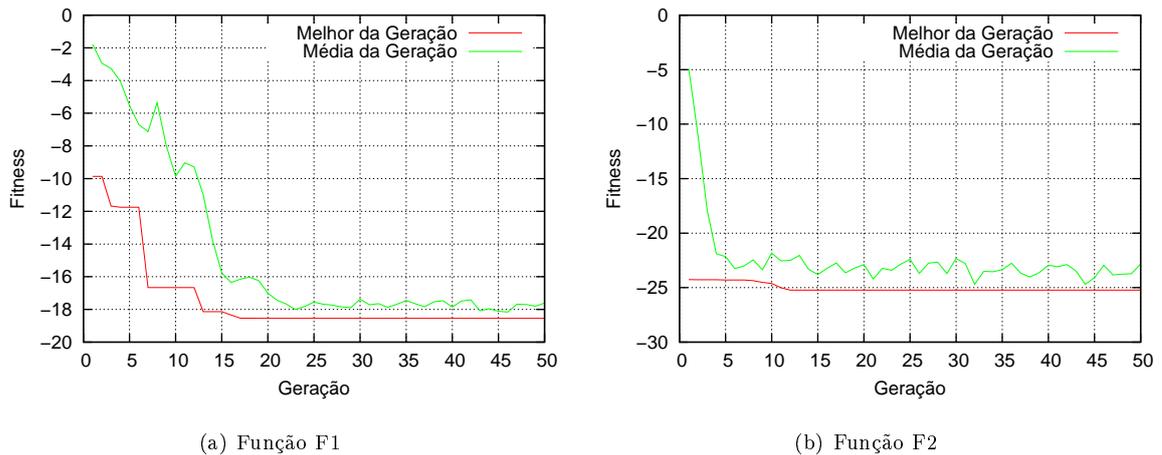


Figura 4.4: Evolução da solução das funções

Analisando os gráficos da figura 4.4 é possível observar algumas características interessantes. Em primeiro lugar, a curva da melhor solução é sempre decrescente ou constante. Isto deve-se ao facto de se ter incorporado elitismo no algoritmo, o qual garante que a melhor solução de uma geração tem

Tabela 4.5: Resultados obtidos com as funções de teste

	<b>F1</b>	<b>Erro</b>	<b>F2</b>	<b>Erro</b>
x	9.0388	0.002%	-17.0273	0.12%
y	8.6941	0.30%	2.0788	0.28%
f(x,y)	-18.5418	0.07%	-25.2304	0.0004%

passagem garantida para a geração seguinte. Em relação à curva da média da geração, esta possui um desfasamento em relação à primeira e uma certa oscilação. Isto ocorre pois em cada geração existem muitas soluções diferentes, fazendo com que a média se afaste do melhor valor. Tipicamente, quanto maior foi  $N_{pop}$  e o número de variáveis a otimizar, maior será esta variação.

Face aos erros apresentados na tabela 4.5, pode-se considerar o algoritmo genético como validado, sendo capaz de encontrar o mínimo de uma qualquer função.

### 4.3 Optimização

Para efectuar o processo de optimização do rotor, adaptou-se primeiro o código BEMT.m, de modo a este tomar a forma de função. Esta função tinha como variáveis de entrada os parâmetros geométricos do rotor, a velocidade de rotação, a velocidade de subida e o parâmetro de contracção de esteira. À saída eram devolvidos o valor do carregamento de potência, a propulsão produzido e a potência consumida.

Em primeiro lugar foi necessário decidir qual o objectivo da optimização do rotor, i.e., o que é que se pretendia minimizar ou maximizar e em que condições. Dada a missão pretendida para esta aeronave, decidiu-se maximizar o carregamento de potência do rotor, para um regime de voo estacionário, visto ser esta a condição em que o quadricóptero irá operar na maior parte do tempo. Esta escolha prende-se com o facto de o carregamento de potência ser um parâmetro de desempenho importante de um rotor, pretendendo-se maximizar a força produzida, minimizando a potência consumida.

Posteriormente procedeu-se à escolha dos parâmetros a serem optimizados, seguida da especificação da gama de valores a ser considerada e quais as limitações a serem introduzidas.

Foi ainda efectuado um breve estudo acerca de quais os métodos dos operadores genéticos que possibilitavam um melhor desempenho do algoritmo.

Por fim, o algoritmo genético foi corrido uma série de vezes e os resultados obtidos foram analisados.

#### 4.3.1 Parâmetros escolhidos

Por motivos óbvios, é importante num processo de optimização que se escolham o mínimo de parâmetros a serem optimizados possível. Quanto mais se escolherem, mais difícil se torna saber se o resultado já convergiu e se este corresponde realmente à solução óptima.

Uma vez que se pretende otimizar um rotor, os parâmetros a serem otimizados serão as variáveis que definem a sua geometria e as condições de operação do mesmo. Em relação às primeiras, apesar do código `BEMT.m` ser capaz de fornecer resultados para qualquer rotor (desde que sejam fornecidas funções que definam a distribuição da corda e do ângulo de torção da p ), foi necessário escolher uma geometria que pudesse ser parametrizada com poucos parâmetros. Como tal, decidiu-se proceder à optimização de um rotor com distribuição linear de corda e de ângulo de torção. Para  l m disso, em relação ao perfil, por ser um perfil muito utilizado em rotores convencionais e, principalmente, por se dispor de dados aerodinâmicos experimentais para vários números de Reynolds, considerou-se um NACA0012. Apesar de esta escolha de rotor limitar um pouco as opções possíveis, torna-se mais realista, uma vez que a manufactura de geometrias complexas, como por exemplo de distribuições hiperbólicas,   difícil e de custo mais elevado. Em relação às condições de operação do rotor, apenas se escolheu a velocidade de rotação do rotor.

Desta forma foram escolhidas 7 variáveis:

- $c_{tip}$ : corda da ponta da pá
- $\lambda_{af}$ : afilamento da pá
- $\theta_{tip}$ :  ngulo de torção da ponta da pá
- $\theta_{root}$ :  ngulo de torção da raiz da p 
- $D$ : Diâmetro do rotor
- $N_b$ : Número de p s
- $\Omega$ : Velocidade de rotação do rotor

Em termos da gama de valores permitida para cada uma das variáveis, não existe uma forma analítica, ou de outro modo directa, de a definir. Como tal, esta foi escolhida com base em valores comuns, sensibilidade experimental e também um pouco de bom senso. Os valores utilizados podem ser vistos na tabela 4.6.

Tabela 4.6: Gama de valores possíveis para as variáveis a otimizar

Parâmetro	Mínimo	Máximo
$c_{tip} [m]$	0	0.02
$\lambda_{af}$	0.3	1
$\theta_{tip} [^\circ]$	0	10
$\theta_{root} [^\circ]$	0	10
$D [m]$	0.1	0.5
$N_b$	2	4
$\Omega [rpm]$	1000	10000

Por fim, é necessário definir algumas limitações/restrições aos resultados obtidos. Apesar de se pretender maximizar o carregamento de potência do rotor, não se pode ignorar o facto de este servir para sustentar o quadrirotor. Como tal, para evitar que o algoritmo genético converja para uma solução que dê uma propulsão insuficiente, é necessário definir um valor mínimo obrigatório, igual a um quarto do peso da aeronave (para que possa realizar voo estacionário). Considerou-se aqui que o peso do quadrirotor era de  $16 N$ . Para além disso, definiu-se também um valor máximo para a potência consumida, para que o rotor obtido pudesse ser utilizado em conjunto com o motor seleccionado para o quadrirotor. Tendo por base os resultados obtidos nos ensaios experimentais do capítulo 3, decidiu-se optar por um valor máximo de potência de  $100 W$ . Assim, as restrições impostas foram

$$\begin{aligned} T &> 4 N \\ P &< 100 W \end{aligned}$$

Para além das simulações com estas variáveis, e uma vez que 7 ainda é um número considerável de parâmetros a otimizar, decidiu-se efectuar uma optimização mais simples. Para tal, deram-se valores fixos a 3 das 7 variáveis, de acordo com a geometria do rotor 5 do capítulo 3 ( $c_{tip} = 0.01m$ ,  $\theta_{tip} = 5^\circ$  e  $N_b = 3$ ), optimizando apenas as 4 restantes ( $\lambda_{af}$ ,  $\theta_{root}$ ,  $D$  e  $\Omega$ ). Deste modo têm-se menos variáveis e é possível ver se a geometria a que se chega é próxima ou não da do rotor original.

### 4.3.2 Métodos Escolhidos

Uma vez que foram implementados no algoritmo genético vários métodos diferentes para os vários operadores genéticos, foi necessário determinar primeiro quais os mais indicados para usar neste processo de optimização específico.

Para tal, o algoritmo foi corrido com a função de teste F1, usando várias combinações possíveis dos métodos de selecção, emparelhamento e acasalamento. Em cada uma foram feitas 4 corridas distintas de modo a se ter uma percepção do seu comportamento e consistência. Os parâmetros do algoritmo utilizados foram os mesmos da fase de validação.

As conclusões retiradas foram, em alguns aspectos, semelhantes às efectuadas por outros autores [24, 25, 26]:

- A selecção por torneio apresentou um desempenho muito pior do que os restantes métodos de selecção.
- O emparelhamento *Best-Mate-Worst* apresentou uma convergência mais rápida e menor tempo de computação do que o *Adjacent Fitness Pairing*.
- Com o emparelhamento *Best-Mate-Worst*, obtiveram-se melhores resultados usando uma selecção *Roulette-Wheel* e um acasalamento através de *Intermediate Crossover*.

Como tal, os métodos utilizados na optimização do rotor foram os referidos no último ponto.

### 4.3.3 Resultados

Em rela o   optimiza o de 4 variáveis, o algoritmo foi corrido 5 vezes, estando os resultados obtidos resumidos na tabela 4.7. Na figura 4.5 encontra-se ainda representada a evolu o do algoritmo numa das corridas efectuadas.

  de referir que, por o algoritmo ter sido escrito para procurar o mínimo de uma fun o e se pretender obter o máximo valor de  $PL$ , foi introduzido o simétrico da fun o a maximizar.   por essa razão que os valores de *fitness*, correspondentes ao valor de  $PL$ , são negativos.

Tabela 4.7: Resultados da optimiza o com 4 variáveis

	1 <sup>a</sup>	2 <sup>a</sup>	3 <sup>a</sup>	4 <sup>a</sup>	5 <sup>a</sup>	Média	$\sigma$
$\lambda$	0.446	0.962	0.604	0.403	0.743	0.632	0.229
$\theta_{root}$ [�]	9.927	8.745	9.400	8.876	9.426	9.275	0.475
$D$ [m]	0.498	0.498	0.493	0.492	0.465	0.489	0.014
$\Omega$ [rpm]	2597	2956	2778	2793	3044	2834	173
$-PL$ [N/W]	-0.183	-0.174	-0.179	-0.176	-0.179	-0.178	0.003
$T$ [N]	4.083	4.003	4.000	4.089	4.008	4.037	0.045
$P$ [W]	22.303	23.032	22.394	23.275	22.407	22.682	0.441

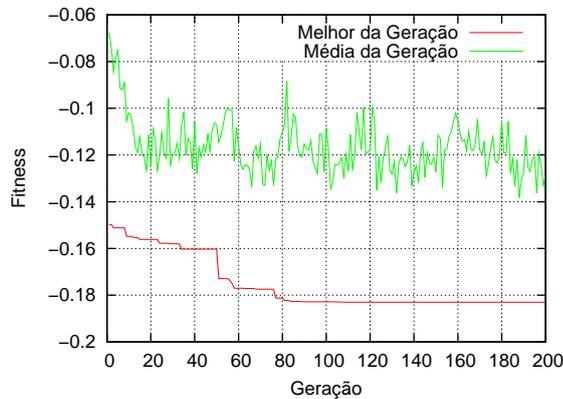


Figura 4.5: Evolu o da soluço da optimiza o de 4 variáveis, numa das corridas efectuadas

Passando depois   optimiza o de 7 variáveis, o processo efectuado foi semelhante ao anterior, podendo os respectivos resultados ser consultados na tabela 4.8, juntamente com o gráfico da figura 4.6, que é representativo de evolu o da soluço. Devido ao aumento do número de variáveis, o algoritmo foi corrido durante 300 gera es, ao contrário da optimiza o anterior, onde se apenas se consideraram 200 gera es.

Tabela 4.8: Resultados da optimização com 7 variáveis

	1 <sup>a</sup>	2 <sup>a</sup>	3 <sup>a</sup>	4 <sup>a</sup>	5 <sup>a</sup>	Média	$\sigma$
$c_{tip} [m]$	0.006	0.008	0.006	0.005	0.008	0.007	0.001
$\lambda$	0.436	0.362	0.389	0.404	0.443	0.407	0.034
$\theta_{tip} [^\circ]$	9.964	9.723	9.726	9.308	7.965	9.337	0.803
$\theta_{root} [^\circ]$	9.417	9.364	9.829	9.153	9.673	9.487	0.266
$D [m]$	0.492	0.496	0.487	0.491	0.486	0.490	0.004
$N_b$	4	4	4	4	4	4	0
$\Omega [rpm]$	2622	2332	2521	2824	2521	2564	179
$-PL [N/W]$	-0.208	-0.212	-0.209	-0.204	-0.201	-0.207	0.004
$T [N]$	4.003	4.000	4.002	4.011	4.001	4.003	0.004
$P [W]$	19.227	18.879	19.180	19.685	19.860	19.366	0.399

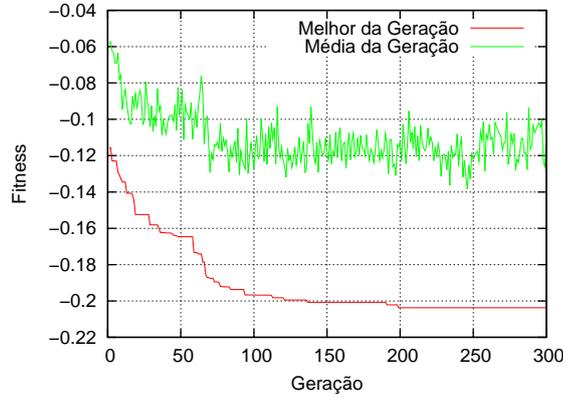


Figura 4.6: Evolução da solução da optimização de 7 variáveis, numa das corridas efectuadas

### 4.3.4 Discussão

#### Optimização de 4 variáveis

Analisando primeiro a optimização de 4 variáveis, verifica-se que, em todas as corridas efectuadas, a solução convergiu para aproximadamente o mesmo valor de  $PL \approx 0.18$ . Por esta razão, é possível dizer, com um bom grau de certeza, que este valor corresponde ao máximo da função, para a gama admitida das variáveis optimizadas.

Em primeiro lugar, verifica-se que o *thrust* produzido pelo rotor obtido foi sempre de aproximadamente  $4N$ , que corresponde ao valor mínimo admitido. Isto significa que, quanto maior a força produzida por um rotor, menor será a sua performance. Tal deve-se ao facto de o aumento da força produzida, que vem de um aumento da sustentação nas pás, leva a um aumento cada vez maior na resistência das mesmas e, conseqüentemente, a um aumento da potência consumida, aumento esse que cresce de forma mais rápida do que o aumento da propulsão.

Em relação aos valores atingidos por cada uma das variáveis sujeitas a otimização, é possível ver que algumas tenderam sempre para aproximadamente o mesmo valor, enquanto que outras tenderam para valores diferentes, apresentando sempre uma grande variação ao longo das gerações. Este comportamento pode ser visto nos gráficos da figura 4.7, onde se encontram as evoluções dos valores das 4 variáveis ao longo das gerações, correspondentes ao melhor indivíduo de cada uma.

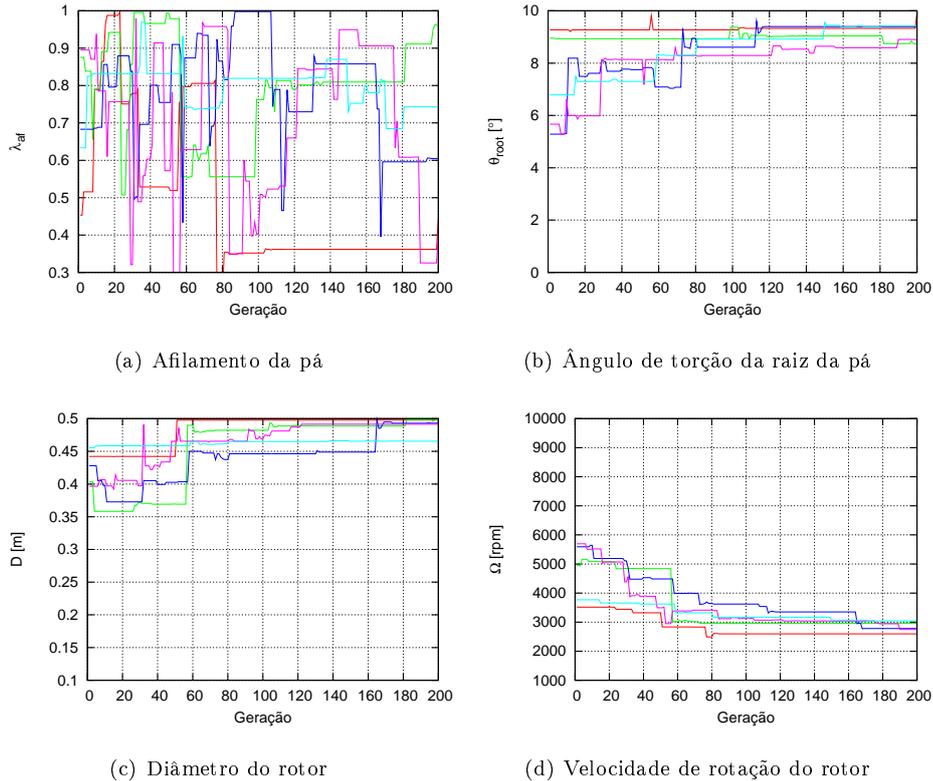


Figura 4.7: Evolução do valor das variáveis do melhor indivíduo de cada geração, nas várias corridas efectuadas da otimização com 4 variáveis

Daqui parece poder-se concluir que existem algumas variáveis, como o ângulo de torção da raiz da pá, o diâmetro do rotor e a velocidade de rotação do mesmo, que têm uma influência maior na performance do rotor, enquanto que outras, como o afilamento da pá, têm uma influência menor, acabando por fixar-se em valores ao longo de toda a gama considerada.

Para além disso, algumas variáveis tenderam para valores muito próximos dos extremos da gama que lhes foi admitida, como foi o caso do diâmetro e do ângulo de torção da raiz. Isto parece indicar que provavelmente, ao expandir a gama destas, seria possível encontrar um valor maior de  $PL$ . Contudo, tal nem sempre é possível, devido a restrições de espaço ou validade dos modelos utilizados.

### Optimização de 7 variáveis

Passando para a optimização de 7 variáveis, à semelhança da optimização anterior, todas as corridas efectuadas convergiram para sensivelmente o mesmo valor de  $PL \approx 0.20$ .

Da mesma forma, a tendência do valor da força produzida pelo rotor obtido é a mesma da optimização anterior e deve-se às mesmas causas.

Em relação à evolução das variáveis a optimizar, houve algumas diferenças no seu comportamento, relativamente à optimização anterior. A referida evolução ao longo do tempo pode ser vista nos gráficos da figura 4.8.

Começando pela corda da ponta da pá, esta tendeu sempre para sensivelmente o mesmo valor, sendo este um pouco inferior ao estipulado na primeira optimização. Por sua vez, o afilamento já não apresentou uma variação tão grande como anteriormente, convergindo sempre sensivelmente para o mesmo valor. Tal facto deve-se provavelmente ao facto de, neste caso, existir uma maior liberdade no que diz respeito à geometria da pá, podendo esta tender para um desenho mais óptimo. Assim constata-se que, contrariamente à hipótese que antes se tinha considerado, o afilamento tem uma influência significativa na performance do rotor.

No que diz respeito aos ângulos de torção, ambos acabaram por convergir para o mesmo valor, quase coincidente com a margem superior permitida. À primeira vista, poderá parecer que o rotor óptimo terá uma distribuição de ângulo de torção constante, como a que aqui foi obtida. No entanto, a rápida convergência de  $\theta_{tip}$  e  $\theta_{root}$  para valores perto dos  $10^\circ$ , juntamente com o facto de a teoria indicar que a distribuição ideal é hiperbólica [6], mais o facto de os rotores na realidade possuírem ângulos de torção superiores, parecem sugerir que poderia atingir-se uma configuração mais óptima, caso se permitisse valores de  $\theta$  superiores aos considerados. Tal não foi feito por o modelo aerodinâmico considerado deixar de ter validade para ângulos de ataque superiores a cerca de  $10^\circ$ . Na eventualidade de se obter um modelo com uma validade mais abrangente, seria interessante efectuar novamente este estudo, para observar os resultados que se obteriam.

Revelando uma tendência igual à primeira optimização, o diâmetro convergiu novamente para o limite superior imposto e a velocidade de rotação convergiu para valores baixos, próximos dos obtidos anteriormente. Este comportamento era espectável, uma vez que a teoria do momento linear demonstra que, para maximizar o carregamento de potência, é necessário minimizar o carregamento de disco, i.e., ter um rotor com uma área maior, para o mesmo valor de propulsão produzido [6].

Por fim, em relação ao número de pás, todas as corridas chegaram a um valor de 4. Este valor parece ser um pouco excessivo, uma vez que os rotores reais, tanto os de pequena como os de grande escala, têm normalmente 2 ou 3. No entanto, se se analisar a evolução do  $N_b$  ao longo das gerações, verifica-se que este variou muito entre as 3 e as 4. Para além disso, em algumas das corridas, esta variável apresentava um valor de 3 quando a solução já tinha praticamente atingido o valor final para o qual convergiu. Isto parece indicar que não existe uma grande diferença entre a utilização de 3 ou 4

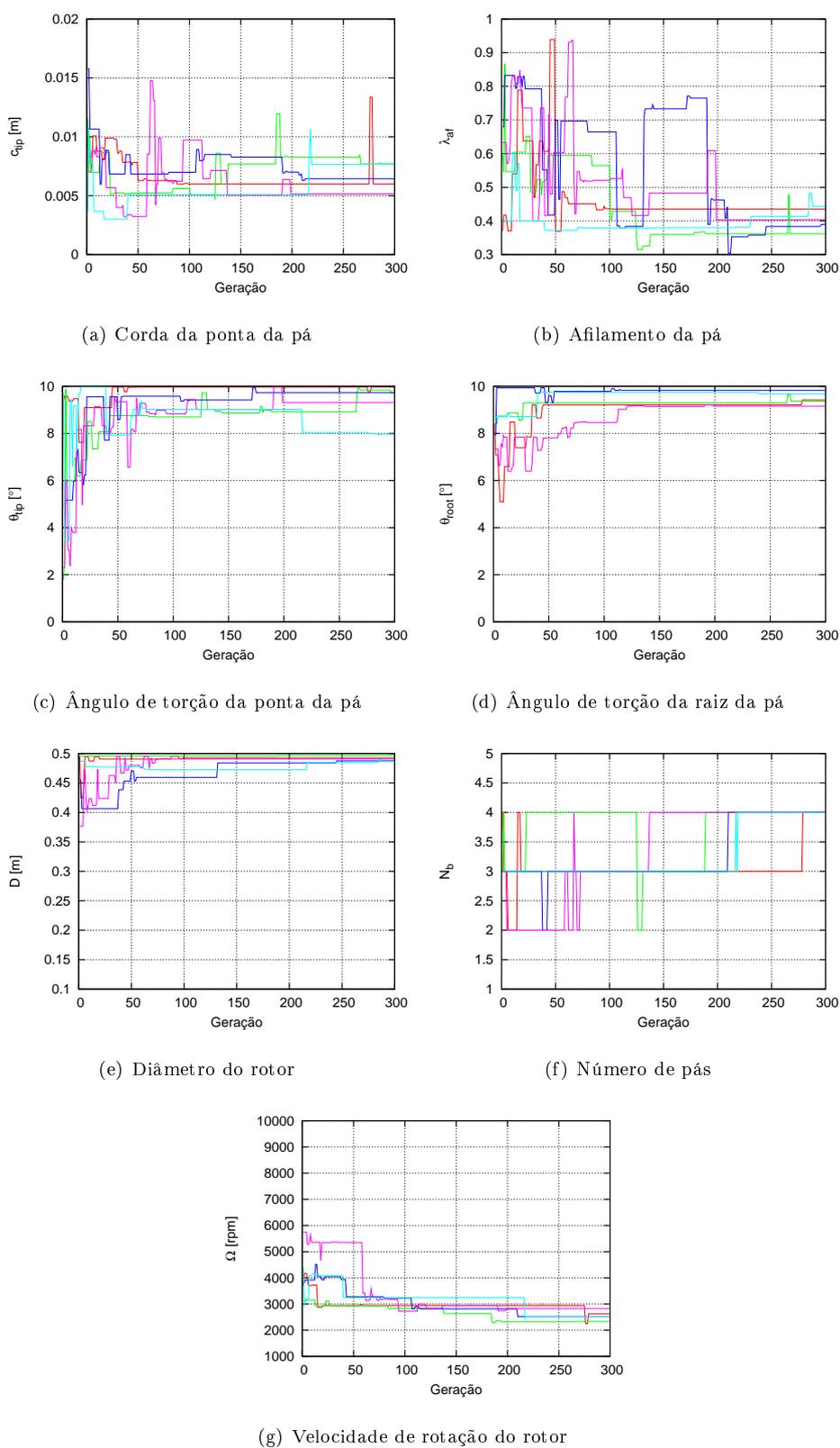


Figura 4.8: Evolu o do valor das variáveis do melhor indivíduo de cada geração, nas várias corridas efectuadas da optimização com 7 variáveis

pás. Isto deve-se provavelmente ao facto de os ângulos de torção serem relativamente pequenos, pelo que as pás têm uma resistência pequena. Caso se considerassem valores de  $\theta$  superiores, como já foi em cima sugerido, pode-se afirmar com alguma certeza que o número de pás óptimas seria inferior a 4, pois esta configuração criaria uma resistência aerodinâmica consideravelmente superior.

Por fim, pareceu ser interessante comparar os rotores que foram obtidos com o rotor 5 do capítulo 3, que serviu de referência para as variáveis fixas na primeira optimização. Para tal, foram desenhadas as curvas teóricas do carregamento de potência em função da força produzida, para os três rotores, usando a média dos valores obtidos nas optimizações e os valores obtidos para o rotor 5 através do código BEMT.m. Estas encontram-se representadas no gráfico da figura 4.9. Para as obter, recorreu-se à equação 3.5 e à definição de coeficiente de propulsão, que permitem chegar à seguinte expressão:

$$PL(T) = \frac{C_T}{C_P R \sqrt{\frac{T}{C_T \rho \pi R^4}}} \quad (4.1)$$

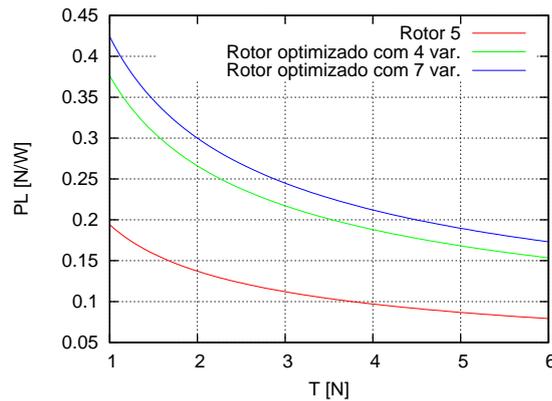


Figura 4.9: Carregamento de potência em função do *thrust*, para o rotor 5 e rotores optimizados

Como se pode constatar, a primeira optimização permitiu obter um rotor com uma performance bastante superior à do rotor original, tendo o valor de  $PL$  sido aumentado para cerca do dobro. Posteriormente, a inclusão de mais variáveis a serem optimizadas permitiu obter uma nova melhoria, neste caso mais pequena.

O algoritmo genético mostrou ser capaz de constituir uma boa ferramenta na optimização de problemas com várias variáveis, chegando a soluções que podem ser justificadas com base em conhecimentos teóricos. Para além disso, crê-se que, neste caso, poderia ter sido obtido um rotor com uma configuração ainda mais optimizada, tal não tendo acontecido por uma questão de limitações do modelo aerodinâmico utilizado.

# Capítulo 5

## Escolha de Componentes

*"A system is a network of interdependent components that work together to try to accomplish the aim of the system. A system must have an aim. Without the aim, there is no system."*

*W. Edwards Deming*

A escolha dos componentes que vão integrar o quadricóptero é bastante importante, pois são estes que vão possibilitar ou não o cumprimento da missão para a qual a aeronave foi projectada. Para além disso, esta escolha fornece um parâmetro muito importante para o posterior dimensionamento estrutural, que é o peso da aeronave.

### 5.1 Grupo Propulsor

O grupo propulsor é um componente crítico de qualquer aeronave, mais ainda quando se trata de aeronaves de asa móvel, pois é este o grupo responsável por sustentar o quadricóptero no ar e também de o fazer deslocar-se.

Neste caso em concreto, este grupo é composto por três componentes: o rotor, o motor e o controlador de velocidade (ESC). A razão pela qual foram incluídos no mesmo grupo prende-se com o facto de estarem todos relacionados uns com os outros, i.e., não podem ser escolhidos independentemente, pois necessitam de ser compatíveis de modo a constituírem um grupo funcional.

Em relação ao rotor, optou-se por utilizar o rotor 5 já estudado no capítulo 3, uma vez que foi o que apresentou o melhor desempenho.

No que diz respeito ao motor, decidiu-se utilizar o mesmo motor usado nos ensaios experimentais do capítulo 3 (*Emax 2822*, de 11.1 V e 1200 rpm/V – figura 3.4). Para além de ter mostrado que é capaz de funcionar em conjunto com o rotor escolhido, apresenta também um peso reduzido.

Convém referir que a escolha de um bom par rotor-motor não é uma tarefa fácil, principalmente com a grande oferta existente no mercado. Como tal, dificilmente se pode afirmar que o conjunto escolhido neste trabalho é o melhor ou o ideal. Alguns dos quadricópteros referidos na secção 2.1 utilizam motores

(e baterias) de 14.8 V (4 células). Isto permite que, para uma potência consumida igual à de um motor de 11.1 V, a corrente consumida seja menor, aumentando assim a autonomia da aeronave. Contudo, esses motores são geralmente personalizados para essa aeronave, sendo difícil encontrar um motor desta voltagem no mercado. Deste modo, foi necessário optar por um de 11.1 V.

Por fim, o controlador de velocidade (necessário devido à utilização de um motor *brushless*) é escolhido de acordo com a corrente consumida, que neste caso e em condições nominais não deverá exceder 10 A. Como tal, escolheu-se um controlador de 25 A, pois assim tem-se uma boa margem de segurança, de maneira a não se danificar nenhum componente electrónico, sem que com isso se tenha um peso maior do que se teria com o controlador de corrente máxima mais baixa.

O peso e dimensões do motor e do controlador de velocidade podem ser vistos na tabela 5.1. As características do rotor já foram descritas anteriormente, na tabela 3.1.

Tabela 5.1: Características dos componentes do grupo propulsor

	Motor	ESC
Dimensões [mm]	46 × 28 × 28	52 × 24 × 6
Peso [g]	36	18

## 5.2 Servo-Mecanismos

Num quadrirotor convencional não existe necessidade para servo-mecanismos, uma vez que os movimentos da aeronave são assegurados pela variação da propulsão de cada rotor. Contudo, tendo em conta a natureza característica da aeronave deste trabalho, esta irá possuir braços móveis para inclinar o plano de rotação de dois dos rotores. Para tal são necessários 4 servo-mecanismos, um para cada grau de liberdade de cada um dos dois rotores móveis.

O movimento criado pelos servos irá gerar momentos resistentes devido ao facto de se ter o rotor a girar, um comportamento muito semelhante ao observado num giroscópio. É portanto necessário conhecer a magnitude destes momentos para se poder escolher os servo-mecanismos, de maneira a terem força suficiente para os vencer.

O esquema genérico de um giroscópio pode ser visto na figura 5.1. Neste caso, o momento na origem do referencial é dado pela seguinte expressão:

$$\sum \vec{M}_O = \left( \dot{\vec{H}}_O \right)_{Oxyz} + \vec{\Omega} \times \vec{H}_O \quad (5.1)$$

Considerando que o disco da figura é o rotor, os momentos em que estamos interessados são os momentos segundo  $y$  e segundo  $Z$ . Estes momentos são dados pelas expressões

$$\sum M_y = I'(\ddot{\theta} - \dot{\phi}^2 \sin \theta \cos \theta) + I\dot{\phi} \sin \theta (\dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \theta) \quad (5.2)$$

$$\sum M_Z = I \frac{d}{dt} (\dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \theta) \quad (5.3)$$

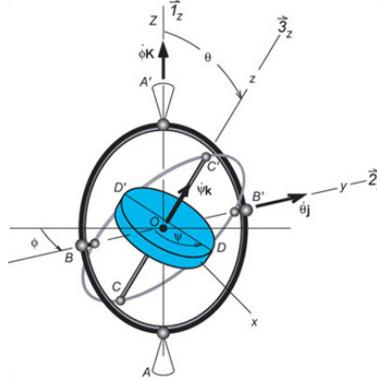


Figura 5.1: Esquema de um giroscópio (imagem retirada do MIT OpenCourseWare)

em que  $I$  é o momento de inércia do rotor em torno do eixo de rotação ( $I_z$ ) e  $I'$  é o momento de inércia do rotor em torno de um eixo transversal ( $I_x = I_y$ ) [27].

O momento de inércia em torno do eixo  $z$  é dado por

$$I_z = \int (x^2 + y^2) dm \quad (5.4)$$

em que o elemento de massa  $dm$  é dado por

$$dm = \rho t dx dy \quad (5.5)$$

sendo  $\rho$  a densidade do material do rotor e  $t$  a espessura das pás.

Para calcular o momento de inércia do rotor ir-se-á considerar 3 pás como placas de espessura constante  $t \simeq 1.5mm$ , com largura variável ao longo do raio. A função da largura das pás é dada através de uma regressão polinomial de 4º grau à distribuição da corda, que pode ser consultada no anexo C:

$$c(r) = -72.80r^4 + 143.47r^3 - 112.91r^2 + 36.78r + 14.06 \quad (5.6)$$

em que  $c(r)$  é dado em milímetros e  $r$  é o raio adimensionalizado, estando compreendido entre  $\frac{r_0}{R} = 0.099$  e  $\frac{R}{R} = 1$  (porção do rotor ocupada pelas pás).

Uma vez que o rotor apresenta pás iguais, calcula-se o momento de inércia para uma delas, alinhada ao longo do eixo  $x$ , multiplicando depois este resultado pelo número de pás.

Assim, o momento de inércia da pá é dada por

$$I_{z_{pa}} = \int_{r_0}^R \int_{-\frac{c(x/R)}{2}}^{\frac{c(x/R)}{2}} (x^2 + y^2) \rho t dy dx \quad (5.7)$$

Em relação ao *hub*, este é um cilindro central com uma altura  $h = 10mm$  e raio  $r_0 = 10mm$  e o seu momento de inércia é dado por:

$$I_{z_{hub}} = \frac{m r_0^2}{2} = \frac{\pi h \rho r_0^4}{2} \quad (5.8)$$

A partir do peso do rotor medido e do volume aproximado que foi calculado, a densidade do material foi estimada como sendo  $\rho = 667 \text{ kg/m}^3$ . Desta forma o momento de inércia segundo o eixo de rotação é

$$\Rightarrow I = I_{z_{rotor}} = 3 \times I_{z_{pa}} + I_{z_{hub}} = 3 \times 4.99 \cdot 10^{-6} + 1.05 \cdot 10^{-7} = 1.51 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$$

Para determinar o momento de inércia transversal  $I'$  é necessário recorrer ao teorema dos eixos paralelos, uma vez que, no quadrirotor, o centro do rotor não é coincidente com o centro da estrutura de suporte, encontrando-se desfasado de uma distância  $d$  devido ao motor.

Na literatura demonstra-se que, para um disco de espessura pequena, os seus momentos de inércia relacionam-se através da seguinte expressão [27]:

$$I_z = I_x + I_y \quad (5.9)$$

Uma vez que, dada a geometria do rotor,  $I_x = I_y$ , tem-se que

$$I_{x_{rotor}} = I_{y_{rotor}} = \frac{I_{z_{rotor}}}{2} = 7.54 \cdot 10^{-6} \text{ kg m}^2$$

Por outro lado, o teorema dos eixos paralelos diz que

$$I = \bar{I} + md^2 \quad (5.10)$$

Dado que a altura do motor é de  $46 \text{ mm}$  e a massa do rotor é de  $6.52 \text{ g}$ , o momento de inércia  $I'$  é dado por

$$\Rightarrow I' = I_{x_{rotor}} + md^2 = 7.54 \cdot 10^{-6} + 6.52 \cdot 10^{-3} \times (46 \cdot 10^{-3})^2 = 2.13 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$$

Em termos das diversas velocidades e acelerações de rotação, consideraram-se as seguintes:

$$\dot{\psi} = 1047 \text{ rad/s} \approx 10000 \text{ rpm}$$

$$\dot{\phi} = 10 \text{ rad/s} \approx 573^\circ/\text{s}$$

$$\ddot{\theta} = \ddot{\phi} = 100 \text{ rad/s}^2$$

$$\ddot{\psi} = 2000 \text{ rad/s}^2$$

Espera-se que, durante a operação do quadrirotor, estas velocidades e acelerações estejam sempre abaixo destes valores. Contudo, por forma a se ter uma margem de segurança, foram estes os valores considerados nos cálculos.

Uma vez calculados os momentos de inércia do rotor e tendo valores para as velocidade e acelerações de rotação, é possível calcular os momentos gerados nos eixos de rotação. Contudo, uma vez que este desenvolvimento não tem em conta a inércia da estrutura de suporte, ir-se-á calcular também os momentos que é necessário aplicar para efectuar a rotação da estrutura, sem a rotação do rotor. Os momentos que os servos terão de conseguir desenvolver serão a soma dos dois casos.

O momento necessário para fazer a rotação de um corpo com um momento de inércia  $I$  com uma aceleração  $\alpha$  é dado por

$$M = I \alpha \quad (5.11)$$

Para os momentos de inércia da estrutura de suporte utilizaram-se estimativas obtidas a partir dos modelos estruturais utilizados no capítulo 6, enquanto que para as acelerações foram usados os valores já referidos em cima.

Assim, segundo o eixo  $y$ , tem-se que

$$\left. \begin{array}{l} I_y = 4.64 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2 \\ \alpha = 100 \text{ rad/s}^2 \end{array} \right\} \Rightarrow M_y = 4.64 \cdot 10^{-5} \times 100 = 4.64 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$$

enquanto que segundo o eixo  $Z$  tem-se que

$$\left. \begin{array}{l} I_Z = 7.65 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2 \\ \alpha = 100 \text{ rad/s}^2 \end{array} \right\} \Rightarrow M_Z = 7.65 \cdot 10^{-4} \times 100 = 7.65 \cdot 10^{-2} \text{ Nm}$$

Tendo os momentos nos dois casos referidos sido calculados, pode-se elaborar o gráfico da figura 5.2 onde é possível ver a magnitude de  $M_y$  e de  $M_Z$ , como função do ângulo  $\theta$ .

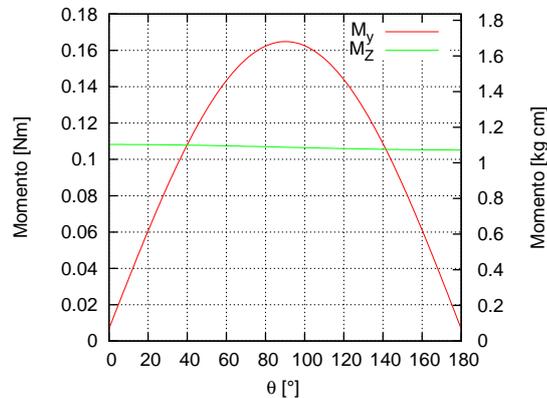


Figura 5.2: Momentos gerados nos eixos de rotação, como função do ângulo  $\theta$

Por uma questão prática e de simplicidade, decidiu-se utilizar servo-mecanismos iguais em todos os eixos. Desta forma, a sua aquisição e substituição é mais fácil, uma vez que apenas é preciso adquirir um tipo de servos. Assim, a escolha do servo foi feita com base na maior carga possível, i.e., teria de ser um servo capaz de produzir um momento superior a  $1.7 \text{ kg cm}$ .

Por uma questão de segurança, decidiu-se escolher um servo-mecanismo capaz de exercer o dobro do valor do momento máximo calculado. Assim, seleccionou-se o *Hitec HS-225MG*, cujas características podem ser vistas na tabela 5.2.

Tabela 5.2: Características do servo-mecanismo escolhido (operado a  $4.8V$ )



<b>Torque máximo</b>	$3.9 \text{ kg cm}$
<b>Velocidade de rotação</b>	$0.14 \text{ sec}/60^\circ$
<b>Dimensões</b>	$32 \times 30 \times 16 \text{ mm}$
<b>Peso</b>	$27 \text{ g}$

### 5.3 Aviônicos

Em relação aos aviônicos, estes foram escolhidos com base no sistema de controlo projectado pelo aluno Jorge Domingues, na sua tese de mestrado para um quadrirotor convencional [28].

Os aviônicos são compostos essencialmente pelo controlador e pelos sensores. Para o primeiro, foi escolhido o *Arduino Duemilanove*<sup>1</sup> (figura 5.3), que consiste numa plataforma composta por um microprocessador (ATMega328) inserido numa placa com uma série de portas de entrada e saída analógicas e digitais, e um *software* através do qual se programa o controlador. A vantagem desta plataforma é o facto de ser *open-source*, i.e., para além de ter um custo muito baixo, existe uma grande quantidade de código disponível livremente na internet para quem quiser utilizar.



Figura 5.3: Arduino Duemilanove



Figura 5.4: XBee Shield

Para possibilitar a comunicação entre o quadrirotor e o utilizador utiliza-se o *XBee Shield* (figura 5.4). Este consiste numa placa que é montada sobre o arduino, conferindo a este a possibilidade de comunicação sem fios.

Em termos dos sensores, são utilizados 2: um acelerómetro tri-axial (figura 5.5) e um magnetómetro (bússola electrónica) bi-axial (figura 5.6). Este sensores são depois montados numa placa onde os sinais dos sensores são recebidos e passados para o Arduino.



Figura 5.5: Acelerómetro tri-axial



Figura 5.6: Bússola electrónica bi-axial

Por fim, será necessário ter uma fonte de alimentação dedicada para estes componentes. Apesar de o controlador poder ser alimentado a partir da bateria principal, este é um componente crítico da aeronave. Como tal, é conveniente, por questões de segurança, que este seja alimentado a partir de uma bateria secundária independente, não sendo privado de energia no caso de uma carga baixa na bateria principal. Dado que a gama de tensão recomendada para o *Arduino* é de 7-12V, escolheu-se uma bateria recarregável NiMH (*Níquel Metal Hydride*) de 9V.

<sup>1</sup><http://www.arduino.cc>

As características físicas dos vários componentes encontram-se descritas na tabela 5.3. É de referir que estes valores são aproximados.

Tabela 5.3: Características dos componentes aviónicos seleccionados

	Arduino	Xbee	Acelerómetro	Magnetómetro	Bateria Sec.
<b>Dimensões [mm]</b>	75 × 53 × 15	75 × 53 × 15	18 × 18 × 3	15 × 15 × 3	44 × 26 × 17
<b>Peso [g]</b>	35	20	1	1	40

## 5.4 *Payload*

Uma vez que o quadrirotor é desenhado para desempenhar determinadas missões, necessita de equipamento específico para poder cumprir com sucesso os objectivos das mesmas. Como tal, é necessário reservar na aeronave espaço e peso para a integração desses equipamentos.

Tais equipamentos podem ser câmaras de vídeo, capacidade de visão nocturna e de infra-vermelhos, câmaras fotográfica de grande resolução, sensores químicos, receptor GPS, etc. Apesar de terem um custo elevado, a tecnologia actual permite que tenham dimensões e pesos muito reduzidos.



Figura 5.7: Câmara de visão térmica/infra-vermelha



Figura 5.8: Micro-câmara de vídeo

Uma vez que a Draganfly Innovations Inc. vende este tipo de equipamentos para os seus quadrirotos [29], decidiu-se usá-los como referência. Na figuras 5.7 e 5.8 podem ser vistas algumas das câmaras vendidas. O peso das várias câmaras disponíveis, com a excepção da câmara de vídeo de alta definição que não se considerou necessária, não excede as 300g, já incluindo a estrutura de suporte e o equipamento para a transmissão dos dados. Apesar de existirem soluções no mercado deste tipo de câmaras com pesos inferiores, escolheu-se este valor para a capacidade de *payload* para se dispôr de uma boa margem de segurança.

## 5.5 Bateria

A bateria é um componente muito importante, uma vez que é ela que fornece a energia para o quadrirotor voar, mas também por representar uma parcela significativa do peso total da aeronave.

Como tal, a sua escolha requer algum estudo prévio.

Em termos do tipo de bateria a utilizar, decidiu-se adoptar as baterias de Lítio-Polímero (Lipo). Esta decisão tem por base o facto de estas baterias terem uma densidade energética elevada e não sofrerem de efeito de memória. Com efeito, esta tecnologia teve uma grande adesão pela comunidade do rádio controlo e é muito utilizada em pequenas aplicações do dia-a-dia como telemóveis, PDAs, etc.

Estas baterias existem como *packs* de várias células, o qual determina as características da bateria. Estas resumem-se à Voltagem, à Capacidade e ao Valor Máximo de Descarga Contínua (*Maximum Continuous Discharge Rating - C rating*).

A voltagem é determinada pelo número de células em série. A capacidade é normalmente expressa em miliamperes hora (mAh) e é determinada pelo número de células em paralelo. O valor máximo de descarga contínua (expresso em  $C$ ) consiste na corrente máxima que a bateria é capaz de debitar, como múltiplo da sua capacidade:  $\frac{I_{max}}{Cap.}$

Neste caso ir-se-á utilizar uma bateria de 3 células, que fornece uma voltagem de 11.1 V, a necessária para os motores funcionarem. Para o caso de se utilizar uma bateria de, por exemplo,  $20C$  e uma capacidade de  $3000mAh$ , o valor máximo de corrente que pode ser debitado é de

$$I_{max} = \frac{3000mAh}{1000} \times 20C = 60A$$

Assumindo que esta corrente é distribuída de maneira igual pelos 4 motores, obtém-se 15A para cada um, valor esse que é mais do que suficiente para desenvolver a sustentação necessária para o quadrirotor. É de notar que, para o mesmo valor máximo de descarga contínua, quanto maior for a capacidade da bateria, maior o valor da corrente máxima.

Em relação à escolha da capacidade foi necessário fazer uma análise um pouco mais cuidada, pois com o aumento da capacidade existe também uma aumento significativo do peso.

Como tal fez-se uma pesquisa de mercado para obter uma relação entre a capacidade das baterias e o seu peso. Os dados obtidos encontram-se representados na figura 5.9, juntamente com a regressão linear dos pontos. É de referir que os dados são relativos a baterias de 3 células e de  $20C$ . A relação obtida foi a seguinte:

$$W_{bat.} = 0.066 Cap. + 40.965 \quad (5.12)$$

A partir dos dados obtidos nos ensaios abordados no capítulo 3 foi possível obter uma relação entre a propulsão gerada e a corrente consumida, para 1 motor (ver figura 5.10). Essa relação foi obtida a partir dos dados do rotor 5 através de uma regressão polinomial de 2º grau:

$$I = 1.89 \times 10^{-5} T^2 + 0.011 T + 0.081 \quad (5.13)$$

Para além destas duas relações, sabe-se ainda que a força produzida por cada rotor, em voo estacionário, é igual à soma do peso da bateria com o peso do resto da aeronave, dividida pelos 4 rotores:

$$T = \frac{W_{bat.} + W_{sem bat}}{4} \quad (5.14)$$

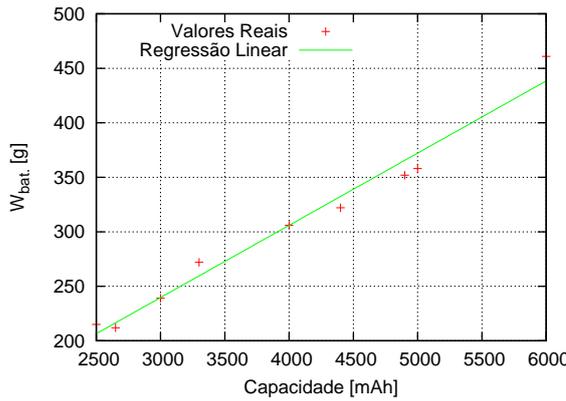


Figura 5.9: Peso da bateria em função da sua capacidade

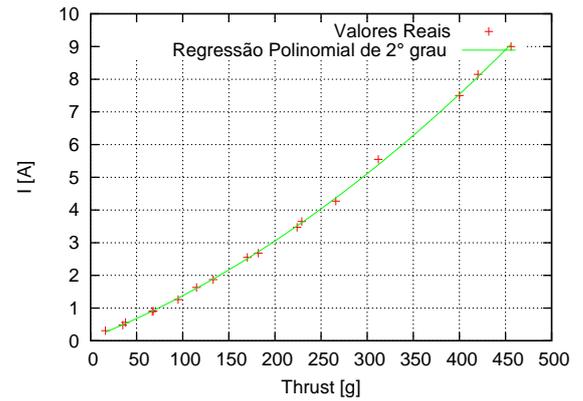


Figura 5.10: Corrente consumida em função da propulsão

Por fim, a autonomia em voo estacionário (tendo em conta os 4 motores) é dada por

$$Autonomia = \frac{Cap.}{4 \times I} \quad (5.15)$$

Combinando as últimas 4 equações é possível obter a expressão 5.16 que permite calcular a autonomia em *hover* em função da capacidade da bateria e do peso do quadricóptero sem a bateria.

$$Autonomia = \frac{\frac{Cap.}{4}}{1.18 \times 10^{-6}(W_{sem\ bat} + 0.066Cap + 40.965)^2 + 0.00275(W_{sem\ bat} + 0.066Cap + 40.965) + 0.081} \quad (5.16)$$

Para saber qual o valor de  $W_{sem\ bat}$ , somaram-se os pesos de todos os componentes até aqui escolhidos, mais o peso estimado para estrutura, na fase do conceito inicial. O valor obtido pode ser visto na tabela 5.4.

Tabela 5.4: Soma dos pesos dos vários componentes do quadricóptero

	Qtd.	Peso unit. [g]	Peso parcial [g]
<b>Rotores</b>	4	7	28
<b>Motores</b>	4	37	148
<b>ESC</b>	4	18	72
<b>Servos</b>	4	27	108
<b>Aviônicos</b>	1	110	110
<b>Payload</b>	1	300	300
<b>Peso dos componentes =</b>			<b>766</b>
<b>Estrutura (estimativa)</b>	1	400	400
<b>Peso sem bateria =</b>			<b>1166</b>

A função 5.16 encontra-se desenhada no gráfico da figura 5.11, para vários valores de  $W_{sem\ bat}$ . Dado que o peso sem bateria obtido foi de 1166g, decidiu-se escolher uma bateria de 5000mAh, dado

que já permite ter uma autonomia em voo estacionário de 10 minutos. A escolha não recaiu sobre uma bateria de maior capacidade uma vez que, como se pode ver no gráfico 5.11, nesta gama de pesos o aumento da capacidade traduz-se num aumento pequeno da autonomia. Assim, e dado que o custo das baterias aumenta significativamente com a capacidade, considerou-se que esta opção não seria rentável.

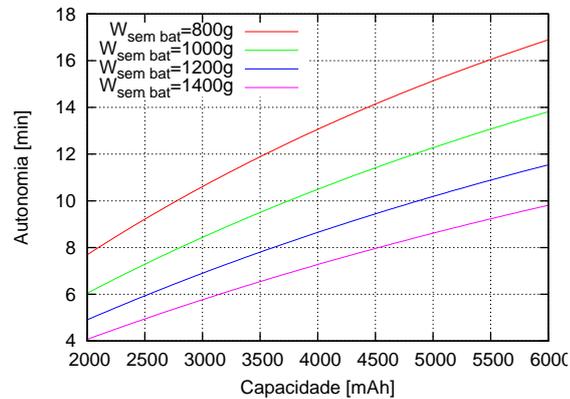


Figura 5.11: Autonomia em *hover* em função da capacidade da bateria (valores de peso não incluem a bateria)

É de notar que esta autonomia refere-se à aeronave em estacionário e com o payload completo (300g). No caso de se utilizar um *payload* de menor peso a autonomia será maior, podendo chegar a cerca de 14 minutos no caso de não se usar nenhum.

As características da bateria seleccionada podem ser vistas na tabela 5.5.

Tabela 5.5: Características da bateria escolhida



<b>Capacidade</b>	5000 mAh
<b>Dimensões</b>	144 × 50 × 25mm
<b>Peso</b>	358g

## Capítulo 6

# Projecto Estrutural

*"Engineering is the art of modelling materials we do not wholly understand, into shapes we cannot precisely analyse so as to withstand forces we cannot properly assess, in such a way that the public has no reason to suspect the extent of our ignorance."*

*Dr. A. R. Dykes*

A estrutura do quadricóptero, tal como a bateria, representa uma percentagem significativa do peso total da aeronave. Como tal, torna-se importante minimizar a sua massa, principalmente numa aeronave desta escala, onde o peso é um factor crítico.

Em primeiro lugar efectuou-se um desenho preliminar da estrutura por forma a dar forma ao conceito. Posteriormente modelaram-se os vários componentes num programa de análise em elementos finitos (neste caso o *ANSYS®*) por forma a sujeitar esses componentes às cargas anteriormente determinadas e assim poder dimensioná-los de modo a suportarem esses carregamentos, minimizando o seu peso.

### 6.1 Conceito Inicial

O conceito inicial encontra-se ilustrado na figura 6.1, onde apenas se encontram representados a estrutura, os servo-mecanismos, os motores e os rotores. A bateria e os restantes componentes electrónicos não foram incluídos nesta imagem, mas serão montados na estrutura central.

A estrutura é constituída basicamente por um braço fixo onde é montado o par de rotores que ficará fixo, dois braços para suportar os 2 rotores móveis, o trem de aterragem e uma placa central onde todos estes componentes são montados.

Em relação à distância entre os rotores e o centro do quadricóptero, esta tem uma grande influência na estabilidade. Quanto maior for o braço, maior a estabilidade. Uma vez que esta é difícil de quantificar, decidiu-se utilizar um braço de 40cm, uma vez que é um valor tipicamente utilizado nos quadricópteros existentes.

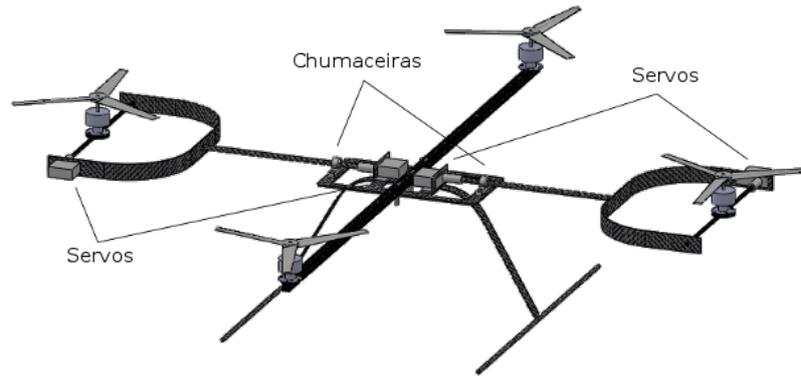


Figura 6.1: Conceito inicial, modelado em *SolidWorks*®

Como é possível ver na figura 6.1, optou-se por não incluir as condutas nos rotores. Isto porque, após a análise feita anteriormente na secção 3.2, verificou-se que o aumento de propulsão alcançado foi aproximadamente de 100g, face ao peso da conduta de poliuretano utilizada que era de aproximadamente 140g. Mais ainda, no caso de se construir uma hipotética conduta para aplicar no quadrirotor, esta teria de ser feita de um material mais resistente. Estimativas feitas para uma conduta feita de uma casca de fibra de vidro ou de carbono de 1mm a 2mm de espessura, como a da figura 6.2, indicam que esta teria um peso entre 400g e 500g. Claramente se verifica que, neste caso, a introdução de condutas não é vantajosa, para não falar em eventuais problemas, como uma maior resistência aerodinâmica, etc.



Figura 6.2: Modelo em *SolidWorks*® de uma hipotética conduta

Neste ponto, a partir da modelação inicial feita em *SolidWorks*®, foi possível obter uma estimativa inicial para o peso da estrutura de aproximadamente 400g. Tendo em conta o peso dos componentes já referidos no capítulo 5, o peso total estimado do quadrirotor é de 1524g.

## 6.2 Carregamentos

Antes de analisar os esforços a que a estrutura está submetida, é necessário saber quais os carregamentos que se encontram aplicados no quadrirotor, tanto forças como momentos.

Em termos de forças, na figura 6.3 encontram-se representadas as diversas condições de voo possíveis. A guinada não foi aqui incluída pois, para este efeito, considera-se como sendo um caso particular

da translação frontal (as componentes horizontais da propulsão continuam a ser iguais, mas de sentidos opostos).

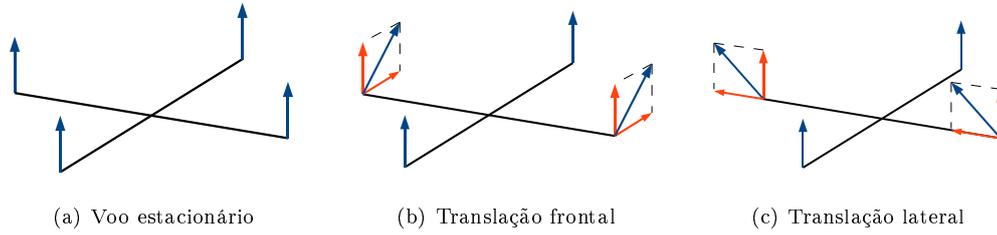


Figura 6.3: Vectors de propulsão nas diversas condições de voo

Como se pode observar, no caso de voo estacionário, as forças de sustentação desenvolvidas pelos rotores são verticais e têm o valor necessário para equilibrar o peso do quadricóptero. Como tal, e considerando o peso estimado, a força exercida nas extremidade dos braços terá um valor de

$$T = T_{hover} = \frac{W}{4} = \frac{1.524 \times 9.81}{4} = 3.74 \text{ N}$$

Se se pretender ter uma margem de controlo razoável de 30% [4], este valor pode chegar a ser de

$$T = 3.74 \times 1.3 \approx 5 \text{ N}$$

Contudo, nas restantes condições, a rotação do vector da propulsão produzida pelos rotores móveis causa o desdobramento deste numa vertical ( $F_v$ ) e numa horizontal ( $F_h$ ). Sendo o motor seleccionado de  $1200 \text{ rpm/V}$  e operando a  $11.1 \text{ V}$ , a sua velocidade de rotação máxima será de aproximadamente  $13000 \text{ rpm}$ . Extrapolando os resultados experimentais obtidos no capítulo 3 estima-se que esta velocidade de rotação resulte numa força propulsiva de cerca de  $8 \text{ N}$ , consumindo perto de  $20 \text{ A}$  de corrente. Uma vez que se está a fazer uma extrapolação para valores um pouco afastados da gama medida, a sua validade é questionável. Contudo, é muito provável que estes valores sejam superiores aos que se verificarão na realidade, pelo que esta análise se encontra do lado da segurança. Assim, para voo de nível e considerando um valor de  $T = 8 \text{ N}$ , os valores das componentes vertical e horizontal da propulsão serão

$$\begin{cases} F_v = T_{hover} = 3.74 \text{ N} \\ F_h = \sqrt{T^2 - F_v^2} = \sqrt{8^2 - 3.74^2} \approx 7 \text{ N} \end{cases}$$

Esta situação dá-se para uma inclinação do rotor em relação à vertical de  $\tan^{-1}\left(\frac{7}{3.74}\right) \approx 62^\circ$ .

Em termos de momentos, estes consistem nos momentos gerados devido ao movimento dos rotores móveis em rotação, já calculados na secção 5.2. Por forma a se ter uma margem de segurança, ir-se-á considerar os valores máximos das funções representadas no gráfico da figura 5.2:

$$\begin{cases} M_y = 0.17 \text{ Nm} \\ M_z = 0.11 \text{ Nm} \end{cases}$$

Conhecendo então as cargas a que a aeronave está sujeita, pode-se saber que valores podem ser considerados no dimensionamento estrutural.

Para o estudo do braço fixo considerou-se simplesmente uma força vertical aplicada na extremidade com um valor de  $5 N$ .

No caso do braço móvel foram aplicados, na localização do motor, uma força perpendicular ao braço, uma força com a mesma direcção do braço e os dois momentos pontuais já referidos anteriormente. A primeira força tem um valor de  $8 N$  e corresponde à situação de translação frontal, com o rotor a produzir o máximo de sustentação. A segunda força tem um valor de  $7 N$  e corresponde à componente horizontal da propulsão máxima produzida pelo rotor na situação de translação lateral. Uma vez que esta força pode estar a comprimir ou a traccionar o braço, consoante o sentido da translação (ver figura 6.3), estudaram-se os dois casos.

Para o dimensionamento do trem, estudar o comportamento deste quando sujeito apenas ao peso do quadrirotor não é suficiente, pois a função do trem não é apenas suportar o peso da aeronave, mas também absorver e aguentar o impacto resultante da sua aterragem. Como tal fez-se a análise do trem quando sujeito a uma carga igual ao peso do quadrirotor multiplicado por um factor de carga  $G$ . Neste estudo considerou-se esse factor com um valor de  $G = 4$ , típico de uma aterragem dura ou de emergência [30].

Por fim, para a placa central, as cargas a que esta está sujeita consistem apenas nas reacções exercidas pelos componentes nos apoios que se encontram fixos nesta.

### 6.3 Materiais

Em termos dos materiais a utilizar na construção da estrutura, pelas razões já mencionadas anteriormente, interessa que estes possuam uma densidade o mais baixa possível, mas que ao mesmo tempo tenham uma grande resistência. Uma categoria de materiais que possui estas características são os materiais compósitos. Estes consistem em materiais heterogéneos compostos por fibras fortes rodeadas por uma matriz responsável por manter as fibras unidas [31]. Uma vez que existe uma panóplia imensa de materiais compósitos, não é possível estudar o efeito da utilização de cada um deles na estrutura do quadrirotor. Como tal, decidiu-se considerar apenas dois tipos, mais comuns: fibra de carbono-epoxy e fibra de vidro-epoxy.

Para além dos materiais compósitos, também se considerou a utilização de alumínio, visto que é um material relativamente leve, fácil de obter e muito comum, encontrando aplicações em várias áreas, incluindo a aeroespacial.

No que diz respeito à selecção dos materiais, para além das propriedades mecânicas já referidas, há que ter também em conta outros factores como o custo e a resistência ao impacto. Nas figuras 6.4 e 6.5 é possível verificar, para o caso dos materiais compósitos, como é que estes se comparam entre si nestas áreas. Esta informação é de grande utilidade para o processo decisivo do projecto.

Destes gráficos pode-se verificar que as fibras unidireccionais têm um custo inferior às fibras em tecido, sendo que a fibra de vidro é significativamente mais barata do que a fibra de carbono. Em

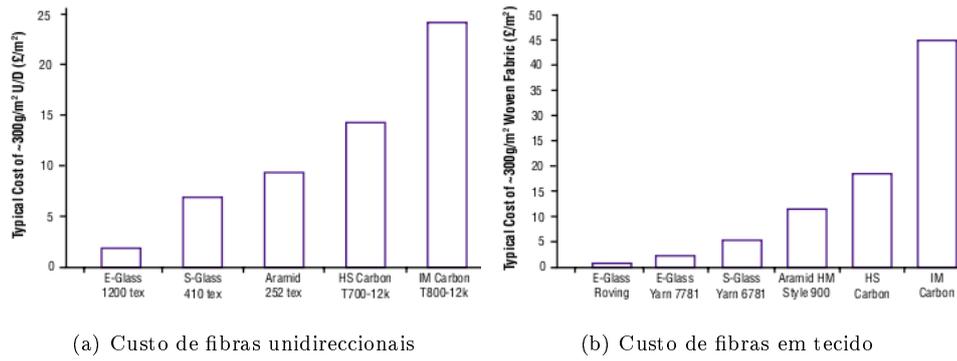


Figura 6.4: Comparação dos custos de vários tipos de fibras [32]

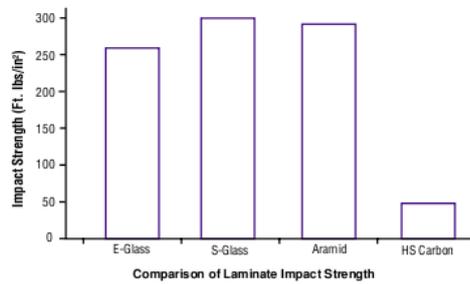


Figura 6.5: Resistência ao impacto de vários tipos de fibras [32]

relação à resistência ao impacto, verifica-se que o carbono apresenta uma resistência muito menor do que o vidro.

As propriedades dos materiais considerados podem ser consultadas na tabela 6.1.

Tabela 6.1: Propriedades dos materiais considerados [33, 31]

Material	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	E [GPa]	G [GPa]	$\nu$	$\sigma_e$ [MPa]	$\sigma_R$ [MPa]
Alumínio (6061 - uso genérico)	2700	70	26	0.33	55	124
Fibra de Carbono (HT)	1750	230	50	0.3	-	3200
Fibra de Vidro (E-glass)	2600	74	30	0.25	-	2500
Resina Epoxy	1200	4.5	1.6	0.4	-	130

Enquanto que as propriedades mecânicas de uma peça de alumínio são as mesmas deste, o mesmo não acontece com os materiais compósitos, visto tratarem-se de uma mistura de dois materiais diferentes. Para além disso, os materiais compósitos são anisotrópicos, ao contrário do alumínio que é isotrópico. As propriedades do conjunto (laminado) dependem das quantidades usadas de cada material, da orientação das fibras, etc. Assim, estas propriedades têm de ser calculadas. Para tal utilizam-se as seguintes fórmulas [31] (L≡Longitudinal, T≡Transversal):

$$\begin{aligned}
\text{Fracção de volume de matriz:} & \quad V_m = 1 - V_f \\
\text{Massa volúmica da estrutura:} & \quad \rho = \rho_m V_m + \rho_f V_f \\
\text{Módulo de elasticidade longitudinal:} & \quad E_L = V_m E_m + V_f E_f \\
\text{Módulo de elasticidade transversal:} & \quad E_T = \left( \frac{V_f}{E_f} + \frac{V_m}{E_m} \right)^{-1} \\
\text{Módulo de torção da lâmina:} & \quad G_{LT} = \left( \frac{V_f}{G_f} + \frac{V_m}{G_m} \right)^{-1} \\
\text{Coeficiente de Poisson LT:} & \quad \nu_{LT} = \nu_f V_f + \nu_m V_m \\
\text{Coeficiente de Poisson TL:} & \quad \nu_{TL} = \frac{E_T}{\nu_{LT} E_L}
\end{aligned}$$

Assim, para um volume de fibra típico  $V_f = 0.6$ , é possível calcular as propriedades do laminado. A tabela 6.2 mostra os valores obtidos para laminados de fibra de carbono-epoxy e fibra de vidro-epoxy.

Tabela 6.2: Propriedades para diferentes tipos de laminados com uma matriz de resina epoxy e  $V_f = 0.6$

Fibra	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$E_{11}$ [GPa]	$E_{22}$ [GPa]	$G_{12}$ [GPa]	$\nu_{12}$	$\nu_{23}$
Carbono (HT)	1530	139.8	10.93	3.82	0.34	0.23
Vidro (E-glass)	2040	46.2	10.31	3.70	0.31	0.72

Para determinar se a estrutura é capaz de aguentar os esforços a que está sujeita, é necessário usar abordagens diferentes consoante se trate de um material vulgar como o alumínio, ou de um material compósito. No caso do primeiro, basta verificar que a tensão a que está sujeito é inferior à sua tensão de cedência. Contudo, o mesmo não pode ser dito do segundo, pois é composto por diferentes materiais dispostos em direcções diferentes. Neste é necessário aplicar um critério de cedência e considera-se que houve falha do compósito quando há rotura de uma das camadas. O critério utilizado foi o critério de Tsai-Wu (disponível no ANSYS®). Este é idêntico ao critério de Tsai-Hill, com a diferença que faz a distinção entre esforços de tracção e de compressão. Segundo o critério, se o valor deste for igual ou superior a 1, a estrutura está em rotura.

Para calcular o valor do critério de cedência, é necessário fornecer as tensões de rotura da camada. Estas encontram-se representadas na tabela 6.3 (T≡Tracção, C≡Compressão).

Tabela 6.3: Tensões de rotura de diferentes tipos de laminados com uma matriz de resina epoxy e  $V_f = 0.6$  [34]

Fibra	$\sigma_{1T}$ [MPa]	$\sigma_{2T}$ [MPa]	$\sigma_{1C}$ [MPa]	$\sigma_{2C}$ [MPa]	$\tau_{12}$ [MPa]
Carbono (HT)	1240	41	1200	170	60
Vidro (E-glass)	1100	40	620	140	50

## 6.4 Estudo em Elementos Finitos

Para o estudo e dimensionamento dos componentes, cada um foi modelado no *software* de elementos finitos *ANSYS*<sup>®</sup>. Com estes modelos, foi possível calcular os esforços a que estavam sujeitos, variando as dimensões das peças e o material de que eram feitas, com o objectivo de otimizar a estrutura. Apesar de o objectivo principal desta optimização ter sido o de obter a estrutura com o menor peso possível, teve-se também em conta o custo dos materiais e a dificuldade de aquisição/fabrico das peças. Uma vez que estes factores não são todos compatíveis entre si, foi necessário por vezes fazer compromissos.

### 6.4.1 Braço Fixo

Para o braço fixo decidiu-se utilizar uma viga tubular de perfil quadrado. Tratando-se de um componente que estará apenas sujeito a um momento flector, esta escolha oferece boa rigidez à flexão e torna a instalação na placa central e a montagem dos motores mais simples.

Em termos do material a usar, admitiu-se a hipótese de usar um perfil de alumínio extrudido ou uma viga de fibra de carbono-epoxy pultrudida, uma vez que são ambas opções disponíveis no mercado.

No caso da viga de carbono pultrudida, tratando-se de um material compósito, é necessário calcular as propriedades do laminado a partir das da fibra e da matriz (resina). Uma vez que, na viga, as fibras de carbono encontram-se todas dispostas ao longo do comprimento, as propriedades no referencial do laminado e no referencial da viga são iguais.

Para as simulações, decidiu-se analisar várias dimensões de perfis (ver figura 6.6), consoante a disponibilidade no mercado, fixando o comprimento da viga em  $800\text{mm}$ .

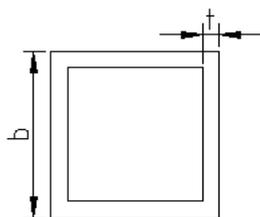


Figura 6.6: Perfil da viga e dimensões estudadas

Em relação ao modelo de elementos finitos, utilizou-se o elemento *BEAM3* da biblioteca do *ANSYS*<sup>®</sup>, que é um elemento de viga elástico e bi-dimensional [35]. Na figura 6.7 pode-se ver o modelo implementado, com as forças verticais aplicadas nas extremidades e os 3 encastramentos que simulam as 3 ligações aparafusadas utilizadas para fixar a viga à placa central.

Os resultados obtidos para as várias dimensões usadas podem ser vistos na tabela 6.4. A figura 6.8 mostra a distribuição da tensão máxima ao longo da configuração deformada da viga. É de referir que o valor da tensão máxima consiste na soma das tensões directas com as tensões de flexão.



Figura 6.7: Modelo do braço fixo implementado em ANSYS®

Tabela 6.4: Resultados das simulações do braço fixo

b [mm]	t [mm]	$\sigma_{\max}$ [MPa]	$w_{\max}$ [mm]		Peso [g]	
			Alumínio	Fibra de Carbono	Alumínio	Fibra de Carbono
6	0.5	99.3	21.6	10.8	23.8	13.4
8	0.5	52.4	8.5	4.3	32.4	18.4
10	1.0	18.8	2.5	1.2	77.8	44.1
12	1.0	12.4	1.3	0.7	95.0	53.9

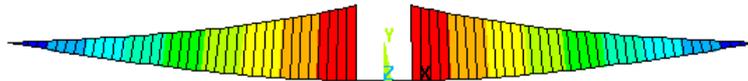


Figura 6.8: Distribuição da tensão máxima ao longo da viga deformada

Analisando estes resultados, e tendo em conta os valores da tensão máxima suportados pelos materiais especificados na tabela 6.1, conclui-se que, no caso de se decidir utilizar um perfil de alumínio, seria necessário utilizar um perfil com uma largura de  $10\text{mm}$  ou superior, uma vez que para tamanhos inferiores, as tensões existentes iriam provocar cedência do material. O peso da viga seria então cerca de  $80\text{g}$ . Por outro lado, se se decidisse utilizar a viga em compósito, qualquer tamanho seria capaz de suportar as cargas sem haver ruptura do material (neste caso não existe cedência, pois este material pode considerar-se como sendo elástico até ao ponto de ruína). Para além disso, o peso da viga seria significativamente mais baixo.

Perante estas opções decidiu-se optar pela viga de fibra e carbono de  $8\text{mm}$  de largura. Sobre esta decisão pesou principalmente o facto de uma largura inferior a  $8\text{mm}$  trazer alguns problemas no que diz respeito à montagem dos motores. O valor da deformada é pequeno e, para além disso, esta viga tem um peso de  $18.4\text{g}$ , sendo muito mais leve do que a alternativa em alumínio. Em termos de custo, este não é muito maior, uma vez que as fibras de carbono usadas em pultrusão têm um custo inferior às usadas em compósitos de tecido.

#### 6.4.2 Braço Móvel

O braço móvel é constituído por três componentes: um tubo de alumínio que se encontra ligado a um servo-mecanismo, uma placa de compósito montada na extremidade do tubo e que forma o "garfo"

da estrutura e o apoio do motor que consiste numa vara de carbono montada perpendicularmente ao tubo, entre as extremidades do garfo, e que também se encontra ligada a um servo-mecanismo.

Decidiu-se utilizar um tubo de alumínio em vez de compósitos pois o primeiro é muito mais fácil de adquirir e tem um custo muito inferior. Para além disso, uma vez que se trata de um componente que irá estar sujeito a esforços de torção, é mais simples utilizar um material que à partida já tem uma certa resistência a este tipo de esforços do que estar a escolher um tipo de empilhamento capaz de os resistir. O garfo será construído a partir de uma placa de compósito de fibra de carbono, por forma a se ter um componente rígido, mas com um peso mínimo. Por fim, o apoio do motor será feito a partir de uma vara de carbono de  $4mm$  de diâmetro e com um peso aproximado de  $10g$ , uma vez que é possível adquirir com alguma facilidade e é uma peça que, apesar da sua pequena espessura e peso, tem uma rigidez muito elevada. Na figura 6.9 encontra-se representada a distribuição da tensão máxima ao longo da vara. O valor máximo é de  $10MPa$  pelo que, sendo esta feita de carbono, é perfeitamente capaz de suportar os carregamentos.

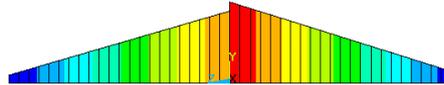


Figura 6.9: Distribuição da tensão máxima ao longo da vara do apoio do motor

Para as condições de fronteira, encastrou-se a extremidade do tubo, para simular a ligação ao servo que se encontra montado na placa central, e restringiram-se os movimentos verticais e laterais do tubo na localização da chumaceira, como pode ser visto na figura 6.10

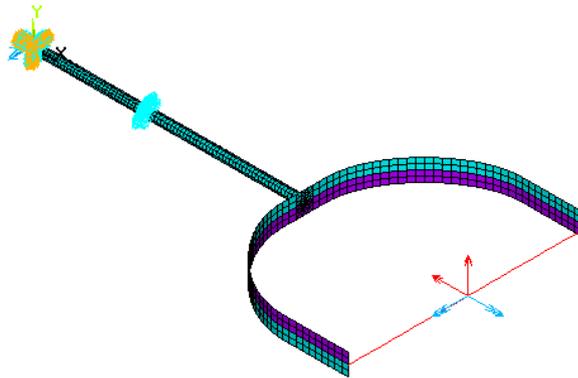


Figura 6.10: Modelo do braço móvel implementado em ANSYS®

As dimensões utilizadas foram determinadas de modo a permitir a inclinação do rotor sem interferências e de a distância deste ao centro do quadrirotor ser de  $400mm$ . Para tal, o tubo tem um comprimento de  $220mm$  e uma espessura de  $1mm$  e o garfo tem um comprimento de  $150mm$ , uma largura de  $220mm$ , uma altura de  $20mm$  e um raio de curvatura nos cantos de  $90mm$ .

Para o modelo foram utilizados três tipos de elementos. O tubo foi modelado com o elemento

*SHELL181* que é um elemento de placa fina a espessa, de 4 nós e 6 graus de liberdade. A placa do garfo foi modelada com o elemento *SHELL99* que é um elemento de placa laminada 3D, linear, com 6 graus de liberdade. Por fim, o apoio do motor foi modelado com o elemento *BEAM4* que é um elemento de viga 3D, também com 6 graus de liberdade [35].

Como já foi dito anteriormente, na secção 6.2, fizeram-se simulações do braço fixo usando 2 carregamentos diferentes, sendo que a única diferença entre eles consistiu no sentido da força aplicada na direcção longitudinal, segundo o comprimento do braço, que num caso se encontrava a traccionar e no outro a comprimir.

O estudo desta peça limitou-se ao valor do diâmetro  $D$  do tubo e à espessura  $t$  da placa do garfo. Em termos do empilhamento utilizado, decidiu-se utilizar um empilhamento típico simétrico, com igual número de camadas a  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  e  $\pm 45^\circ$ , que permite obter um laminado quasi-isotrópico. Não se efectuou um estudo mais aprofundado do empilhamento a usar pois as as configurações possíveis são imensas, aumentando muito a complexidade do problema e o tempo necessário para o resolver.

As grandezas registadas foram a tensão de Von-Mises máxima ( $\sigma_{max}$ ), tanto no tubo como no garfo, visto tratarem-se de materiais diferentes, o critério de Tsai-Wu máximo no garfo, o valor de deformação máximo ( $w_{max}$ ) e o peso do componente. É de referir que os valores referentes à placa de fibra de carbono correspondem à camada onde se verificou o valor mais elevado.

Os resultados obtidos nas simulações encontram-se na tabela 6.5. Nesta tabela encontram-se apenas os resultados das simulações com a força longitudinal em tracção. Apesar de as simulações com o caso à compressão terem sido feitas, não se considerou relevante expor aqui os respectivos resultados, uma vez que estes foram muito idênticos aos da tracção.

Tabela 6.5: Resultados das simulações do braço móvel

D [mm]	t [mm]	$\sigma_{max}$ [MPa]		Tsai-Wu máx.	$w_{max}$ [mm]	Peso [g]
		Tubo	Garfo			
6	2	102	137	0.325	24	44
6	3	93	277	0.117	13	57
6	4	82	127	0.076	9	70
8	2	83	879	0.295	19	48
8	3	58	219	0.107	8	61
8	4	55	100	0.078	6	75
10	2	73	749	0.259	16	52
10	3	42	185	0.102	6	65
10	4	38	84	0.079	4	79

Em todas as geometrias testadas, o critério de cedência manteve-se inferior a 1, i.e., não houve rotura do material laminado. Contudo, em relação ao tubo de alumínio, a tensão máxima a que este esteve sujeito apenas foi inferior à tensão de cedência do alumínio nos últimos dois casos. Sendo o valor da deformada muito pequeno em ambos, escolheu-se o braço móvel com  $D = 10mm$  e  $t = 3mm$ ,

visto ser o que apresenta menor peso dos dois.

Na figura 6.11 é possível ver a distribuição da tensão máxima no tubo e no garfo, nas respectivas configurações deformadas. Por outro lado, na figura 6.12 pode-se ver os valores do critério de Tsai-Wu na garfo.

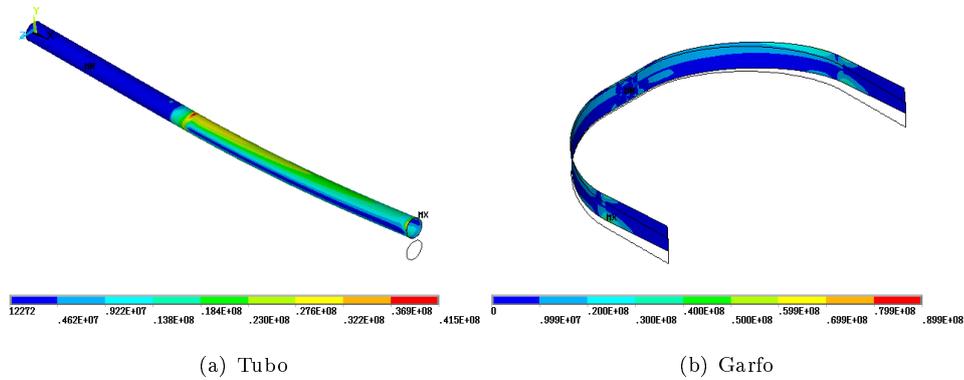


Figura 6.11: Distribuição da tensão de Von-Mises

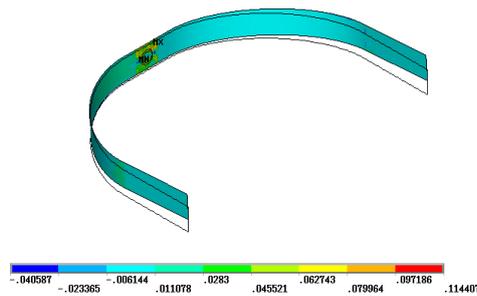


Figura 6.12: Critério de cedência de Tsai-Wu no garfo

### 6.4.3 Trem de Aterragem

Em relação ao trem de aterragem, decidiu-se usar um desenho convencional, uma vez que devido aos rotores móveis torna-se difícil colocar os apoios nos braços do quadrirotor. Assim, com este desenho, é possível ter um espaço em altura considerável por baixo da aeronave, onde podem ser montados a bateria e os equipamentos extras como câmaras de vídeo, etc.

O trem é composto por uma placa curva de compósitos, que é responsável por suportar a quase totalidade dos esforços, e por uma vareta em cada extremidade para fornecer suporte e equilíbrio. Não se considerou a utilização de alumínio, uma vez que com essa escolha ir-se-ia obter uma peça com um peso bastante superior ao que se conseguiria obter com um material compósito.

Em relação às dimensões, apenas se estudou a variação da largura  $b$  e da espessura  $t$  da placa, pois as restantes foram determinadas por motivos de tamanhos de componentes, possíveis equipamentos de *payload*, etc. O trem tem uma altura de  $200\text{mm}$ , uma zona horizontal de fixação de  $100\text{mm}$  de

comprimento e uma distância entre pés de  $300\text{mm}$ .

Mais uma vez, à semelhança do estudo do braço móvel, foi utilizado um empilhamento simétrico com igual número de camadas a  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  e  $\pm 45^\circ$ .

Os tipos de elementos utilizados foram o *SHELL91*, um elemento de placa de compósito 3D, não linear e de 6 graus de liberdade [35], para a placa, e o *BEAM4*, para os pés.

Em termos das condições de fronteira, o trem foi encastrado em 3 furos na parte superior, para simular 3 ligações aparafusadas. Por fim, o carregamento foi aplicado sob a forma de uma pressão vertical, na parte inferior ao longo da largura da placa, como se pode ver na figura 6.13.

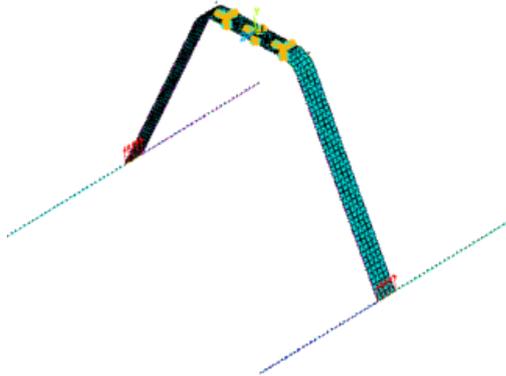


Figura 6.13: Modelo do trem implementado em ANSYS®

Os resultados obtidos para os vários valores de  $b$  e  $t$  utilizados encontram-se representados na tabela 6.6. Mais uma vez, os valores de  $\sigma_{max}$  e do critério de Tsai-Wu máximo são referentes à camada em que se obteve o valor mais elevado. Na tabela foram realçados a negrito os valores do critério de Tsai-Wu máximo inferiores a 1, que correspondem aos casos em que não houve falha do material.

Tabela 6.6: Resultados das simulações do trem

<b>b</b> [mm]	<b>t</b> [mm]	$\sigma_{max}$ [MPa]		Tsai-Wu máx.		$w_{max}$ [mm]		Peso [g]	
		F. Vidro	F. Carbono	F. Vidro	F. Carbono	F. Vidro	F. Carbono	F. Vidro	F. Carbono
10	2	1070	1090	9.343	1.861	245	90	46	34
10	4	254	277	1.046	<b>0.331</b>	31	11	68	51
10	6	112	127	<b>0.370</b>	<b>0.142</b>	9	3	90	68
15	2	867	879	6.774	1.459	165	61	57	43
15	4	203	219	<b>0.812</b>	<b>0.267</b>	21	8	90	68
15	6	89	100	<b>0.292</b>	<b>0.116</b>	6	2	123	92
20	2	743	749	5.375	1.242	125	46	68	51
20	4	173	185	<b>0.675</b>	<b>0.231</b>	16	6	112	84
20	6	76	84	<b>0.247</b>	<b>0.101</b>	5	2	157	117

Analisando os resultados, é possível constatar que, para as dimensões simuladas, uma espessura de  $2\text{mm}$  é insuficiente, tendo ocorrido rotura do laminado para ambos os materiais. Contudo, nas restantes configurações utilizando fibra de carbono, a estrutura foi capaz de aguentar os esforços e manter-se

longe da falha. De facto, a fibra de carbono apresentou sempre valores do critério de cedência e de peso inferiores aos obtidos com a fibra de vidro. No entanto, o facto desta ter uma resistência ao impacto significativamente superior e um custo muito inferior ao carbono (ver figuras 6.4 e 6.5) torna a escolha da fibra de vidro mais apetecível, no caso deste componente específico.

Desta forma, e com o objectivo de se ter uma estrutura com o menor peso possível, existem 2 escolhas possíveis:  $b = 10mm$  e  $t = 6mm$  ou  $b = 15mm$  e  $t = 4mm$ , sendo que ambas apresentam um peso de  $90g$ . Apesar de a de maior espessura ter um valor de critério de cedência mais baixo, decidiu-se escolher a de espessura mais baixa. Isto porque esta apresenta um valor de deformada máxima mais elevado, significando que é uma estrutura menos rígida. Sendo o trem de aterragem um componente que tem por objectivo absorver o impacto da aterragem, é importante que seja flexível e se deforme um pouco, pois é essa deformação que irá dissipar a energia do impacto. Este comportamento é contrário ao que se pretende nos restantes componentes da estrutura, onde é importante haver rigidez e pouca deformação, sob pena de os vectores das forças de sustentação sofrerem inclinações significativas que não tenham sido previstas.

Na imagem 6.14 encontra-se a distribuição da tensão de Von-Mises ao longo da configuração deformada escolhida e a comparação com a configuração sem carregamento. Na imagem 6.15 pode ser visto um pormenor dos valores do critério de cedência de Tsai-Wu na zona de fixação, onde as tensões são maiores.

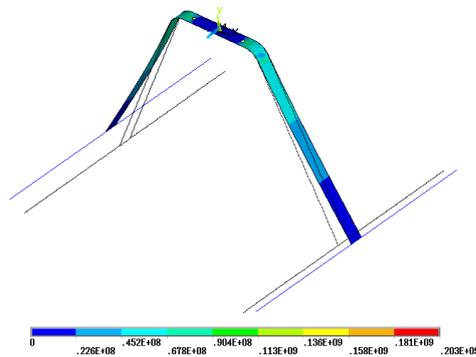


Figura 6.14: Distribuição da tensão de Von-Mises ao longo do trem deformado

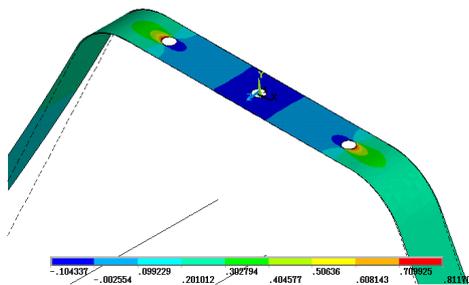


Figura 6.15: Pormenor do critério de cedência de Tsai-Wu na zona de fixação do trem

### 6.4.4 Placa Central

A placa central é o componente sobre o qual todos os outros componentes são montados. Tal como já foi abordado no conceito inicial, esta consiste numa placa de fibra de carbono de  $200\text{mm}$  por  $100\text{mm}$ , com recortes na zona interior para minimizar o peso devido a material desnecessário. Escolheu-se a fibra de carbono visto tratar-se de um órgão estrutural importante, necessitando de uma elevada rigidez, mas sem representar uma porção elevada do peso total de aeronave.

Para o seu dimensionamento, apenas se determinou qual a espessura  $t$  necessária, visto as restantes dimensões estarem dependentes dos restantes componentes.

Em termos de condições de fronteira, apenas foi fixada na ligação aparafusada central. Nas restantes ligações foram aplicadas cargas que consistiram nas reacções nos apoios dos componentes já estudados anteriormente. A figura 6.16 ilustra o modelo utilizado nas simulações.

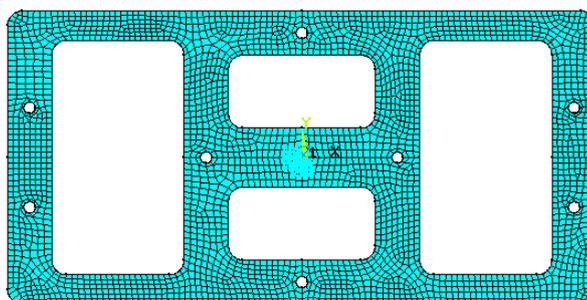


Figura 6.16: Modelo da placa central implementado em ANSYS®

Mais uma vez, foi utilizado o elemento *SHELL99*.

É de notar que, nestas simulações, apenas se está a considerar a rigidez da placa. No caso real, com os restantes componentes montados nesta, a estrutura combinada terá uma rigidez superior. Contudo, decidiu-se proceder desta forma para garantir uma certa margem de segurança.

Os resultados obtidos para os vários valores de espessura da placa podem ser vistos na tabela 6.7.

Tabela 6.7: Resultados das simulações da placa central

$t$ [mm]	$\sigma_{\max}$ [MPa]	Tsai-Wu máx.	$w_{\max}$ [mm]	Peso [g]
1	443	0.746	18	16
2	107	0.161	2	32
3	48	0.071	1	48
4	27	0.040	0.3	63

Analisando o critério de cedência, qualquer espessura simulada é capaz de aguentar as cargas aplicadas. Como tal, a opção mais lógica será escolher a placa com  $1\text{mm}$  de espessura, dado que é a placa com menor peso. Contudo, esta teve uma deformação bastante elevada, pelo que se decidiu seleccionar a placa com  $2\text{mm}$  de espessura, que apresenta um  $w_{\max}$  muito menor.

Na figura 6.17 é possível ver o mapa de tensões de von-Mises na placa e a sua forma deformada, enquanto que na figura 6.18 estão representados os valores do critério de cedência.

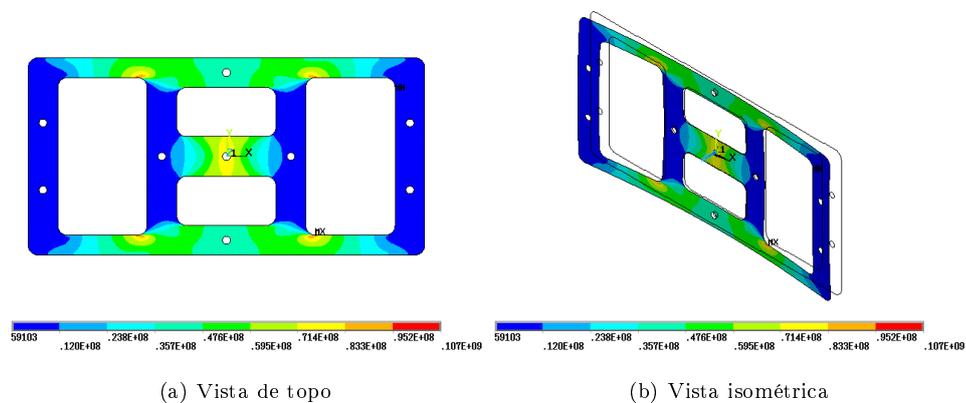


Figura 6.17: Mapa de tensões de Von-Mises na placa central

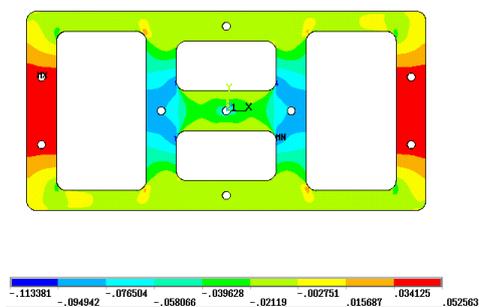


Figura 6.18: Critério de cedência de Tsai-Wu ao longo da placa plana



## Capítulo 7

# Integração Final

*"A designer is an emerging synthesis of artist, inventor, mechanic, objective economist and evolutionary strategist."*

*Richard Buckminster Fuller*

Uma vez escolhidos os componentes e feita a análise e dimensionamento da estrutura, está-se em condições de integrar todas estas partes, para assim se construir um sistema/plataforma funcional, capaz de desempenhar a missão para a qual foi desenhada. Na figura 7.1 pode ser visto o modelo final do quadricóptero, modelado em *SolidWorks*<sup>®</sup>.

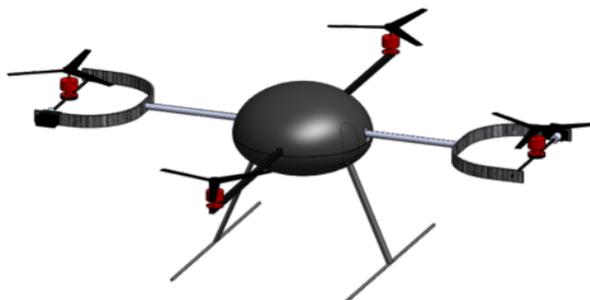


Figura 7.1: Modelo final do quadricóptero, feito em *SolidWorks*<sup>®</sup>

Para possibilitar uma melhor compreensão, esta integração foi dividida em partes, sendo abordada uma de cada vez.

### 7.1 Aspecto Geral

Em primeiro lugar, interessa ter uma vista geral da plataforma final, quer em termos de dimensões como em termos do peso.

Em relação às primeiras, encontram-se representadas na figura 7.2 as 3 vistas do quadricóptero, onde podem ser constatadas as diversas dimensões do mesmo.

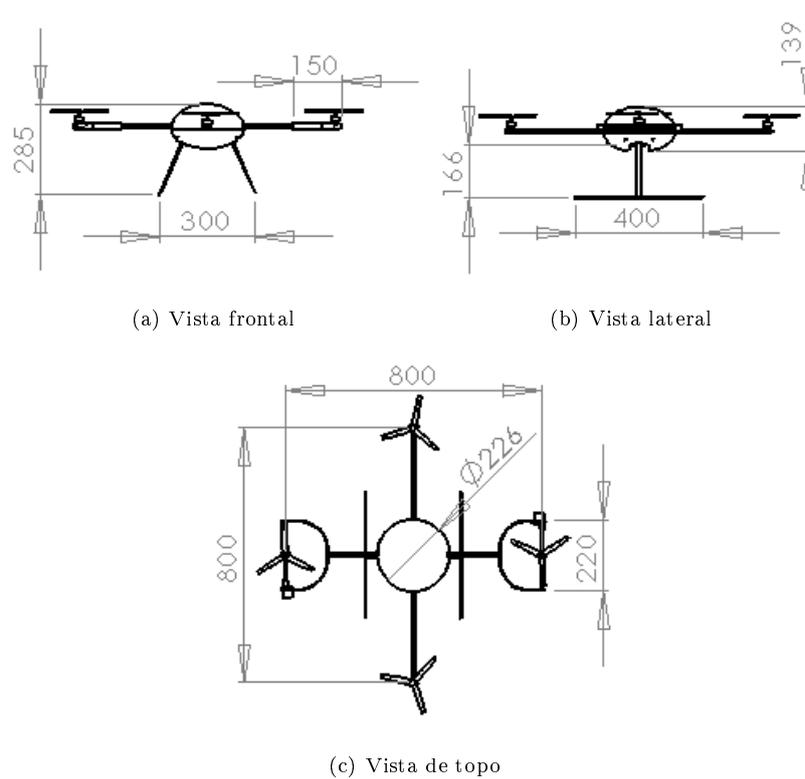


Figura 7.2: Dimensões gerais do quadrirotor (valores em milímetros)

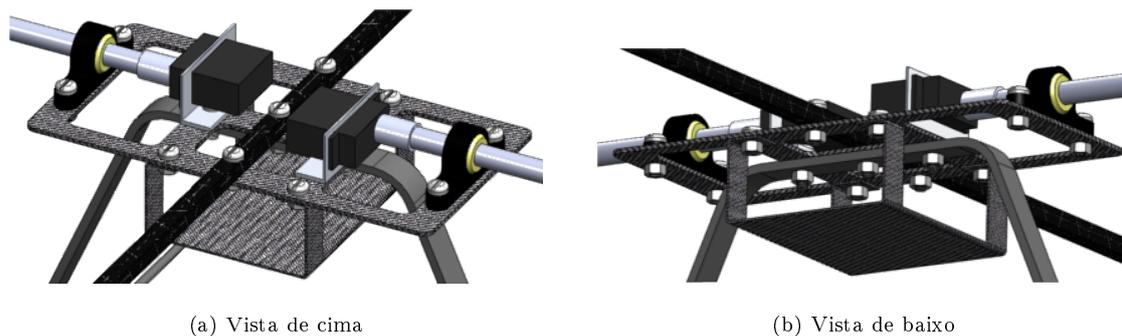
Em termos de peso, no capítulo 5 concluiu-se que o peso total dos componentes (sem contar com a estrutura) é de 1124g. Posteriormente, no capítulo 6, o dimensionamento da estrutura permitiu chegar a um peso total da estrutura de aproximadamente 320g, contra o valor inicialmente estimado de 400g. Uma vez que o peso obtido foi inferior ao estimado, não houve necessidade de efectuar um novo dimensionamento da estrutura, podendo-se considerar a diferença entre os dois valores como uma boa margem de segurança para o peso de componentes que não foram considerados até aqui, como as ligações eléctricas, etc. Assim, considerando um peso da estrutura de 400g, o quadrirotor terá um peso máximo de 1524g, e um peso mínimo, i.e. sem equipamentos extra, de 1224g.

## 7.2 Estrutura Central

Apesar de a estrutura central já ter sido abordada no capítulo 6, esta irá ser analisada aqui com um pouco mais de detalhe. Na figura 7.3 podem ser observadas duas vistas da estrutura central e dos seus componentes.

Como se pode ver, o braço fixo é uma peça única e encontra-se fixo à placa central por três ligações aparafusadas.

Em relação aos braços móveis, devido ao facto de serem estruturas de posição variável, estes são independentes um do outro. Encontram-se fixos à placa central através de uma chumaceira e do servo, o



(a) Vista de cima

(b) Vista de baixo

Figura 7.3: Vistas da estrutura central e dos seus componentes

qual se encontra fixo num apoio. Foi escolhida uma chumaceira fabricada em polímero (ver figura 7.4), uma vez que esta opção permite que tenha um peso bastante reduzido de  $9g$ , apesar de ser capaz de resistir a esforços relativamente elevados. Para além disso, a chumaceira permite um certo movimento angular do eixo, o que permite o bom funcionamento mesmo em caso deste se encontrar desalinhado. A ligação dos eixos dos braços ao servo-mecanismo é feito através de uns acoplamentos que possuem



Figura 7.4: Chumaceira escolhida



Figura 7.5: Exemplos dos acoplamentos para os servo-mecanismos escolhidos

uma ligação própria à coroa do servo, tendo do outro lado uma abertura na qual é apertado o eixo. Estes acoplamentos podem ser vistos na figura 7.5, onde se encontram exemplos para eixos de vários diâmetros.

O trem de aterragem encontra-se montado sob a placa central, perpendicularmente ao braço fixo. Por uma questão prática e de não se incluir peso desnecessário, partilha as ligações com os apoios dos servo-mecanismos e o braço fixo.

Por fim, falta referir o suporte que pode ser visto na parte inferior da placa. Este suporte será manufacturado em fibra de carbono, para minimizar o seu peso sem comprometer a rigidez, e terá duas funções. Por um lado, servirá para acomodar a bateria principal. Uma vez que esta representa uma percentagem significativa do peso da aeronave, o facto de se encontrar numa posição central, inferior ao plano dos rotores, contribui positivamente para a estabilidade do quadrirotor. Por outro lado, será nesta estrutura que serão montados os equipamentos extra (câmaras de vídeo, sensores, etc.), ficando estes na sua parte inferior, na zona entre os pés do trem, uma vez que esta é a zona que propicia uma melhor visibilidade.

### 7.3 Aviónicos e componentes electrónicos

Em relação aos aviónicos responsáveis pelo controlo, i.e., o Arduino, o Xbee Shield e os sensores, estes foram montados numa configuração de empilhamento, para poupança de espaço. Esta configuração é conseguida através da utilização de espaçadores de plástico, como se pode ver na figura 7.6. Aqui, a placa azul é o Xbee Shield, que se encontra montada sobre o Arduino, a verde, que por sua vez se encontra montado sobre a placa amarela, onde se encontram montados o acelerómetro e o magnetómetro.

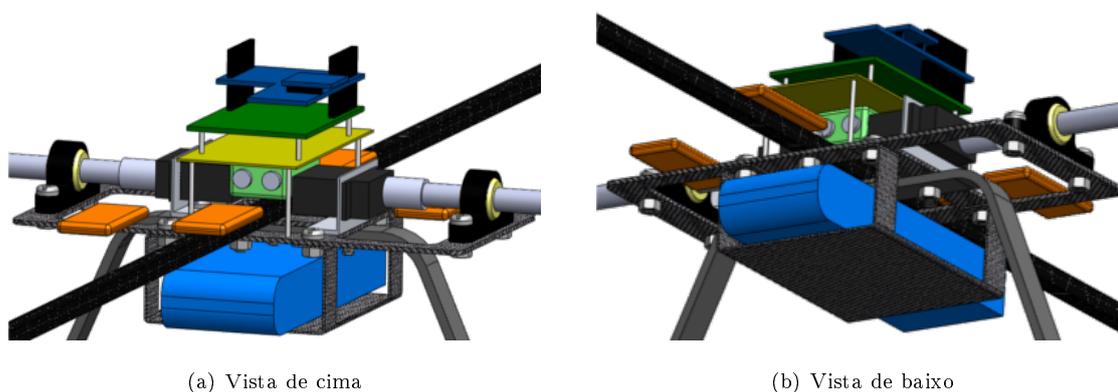


Figura 7.6: Vistas dos aviónicos e dos componentes electrónicos

Sob esta estrutura é colocada a bateria secundária de 9V, que se pode ver na figura, a verde-claro. Para facilidade de substituição, esta encontra-se fixa apenas com uma fita de velcro, ou outro tipo de ligação semelhante.

No que diz respeito aos controladores de velocidade, decidiu-se colocá-los na estrutura central, para que pudessem estar protegidos no interior da fuselagem. Estes encontram-se representados na figura 7.6 a cor-de-laranja. Os ESC referentes ao motores fixos encontram-se montados sobre o braço fixo, enquanto que os referentes ao motores móveis são montados sobre a placa central, nos espaços livres. A fixação destes componentes é suficiente através de uma presilha ou algo do mesmo tipo.

Por fim, a bateria principal encontra-se localizada na estrutura inferior, como já tinha sido mencionado na secção anterior, e é fixa através de uma fita de velcro, à semelhança da bateria secundária.

### 7.4 Braço Fixo e Braços Móveis

A montagem dos motores fixos no braço correspondente é bastante simples, como aliás tinha sido pretendido pela escolha da forma do perfil do braço. A ligação é conseguida através de duas ligações aparafusadas, como se pode ver na figura 7.7.

Em relação aos braços móveis, os motores são montados na respectiva haste de apoio de carbono, através de ligações aparafusadas, à semelhança do braço fixo. Esta haste encontra-se ligada ao garfo



Figura 7.7: Vistas dos aviônicos e dos componentes electrónicos

do braço através do servo-mecanismo, que por sua vez se encontra embutido na placa de compósito, por via um acoplamento como o que já foi apresentado anteriormente, na figura 7.5.

## 7.5 Fuselagem

Uma vez que o quadricóptero, pela sua missão, irá voar a velocidades relativamente baixas, não se considerou necessário efectuar um estudo aerodinâmico da fuselagem. Desta forma, os únicos requisitos para esta foram ter uma forma axissimétrica, uma vez que o quadricóptero se pode deslocar em qualquer direcção, tendo uma forma o mais fuselada possível, para minimização da resistência.

Como tal, decidiu-se desenhar a fuselagem em duas partes, uma superior e uma inferior (ver figura 7.8), correspondendo a separação entre as duas ao plano da placa central. Cada uma das partes tem uma forma elíptica, em que o tamanho de cada semi-eixo foi determinado de maneira a conseguir englobar todos os componentes centrais. A parte superior tem uma abertura para cada um dos braços,

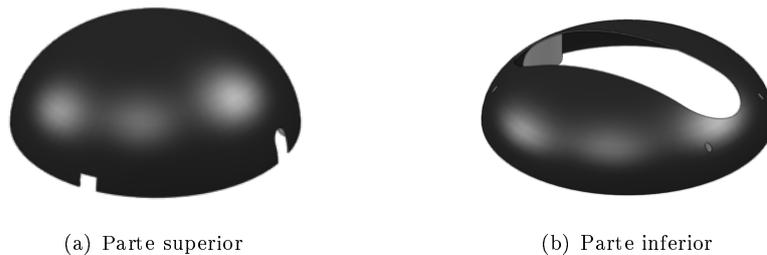


Figura 7.8: Vistas dos aviônicos e dos componentes electrónicos

com uma tolerância suficiente para permitir a passagem de fios eléctricos e eventuais deformações dos braços. Por sua vez, a parte inferior tem uma abertura devido ao trem de aterragem e para se ter acesso à estrutura de montagem do *payload*, abertura essa que dispõe também de tolerância suficiente para a eventual deformação das pernas do trem, numa aterragem mais dura.

A fixação da fuselagem é feita através de ligações aparafusadas nos cantos da placa central. Na figura 7.9 é possível ver a fuselagem montada no quadricóptero, bem como uma vista desta em transparência, para se poder ver o seu interior e a maneira como os componentes são englobados.

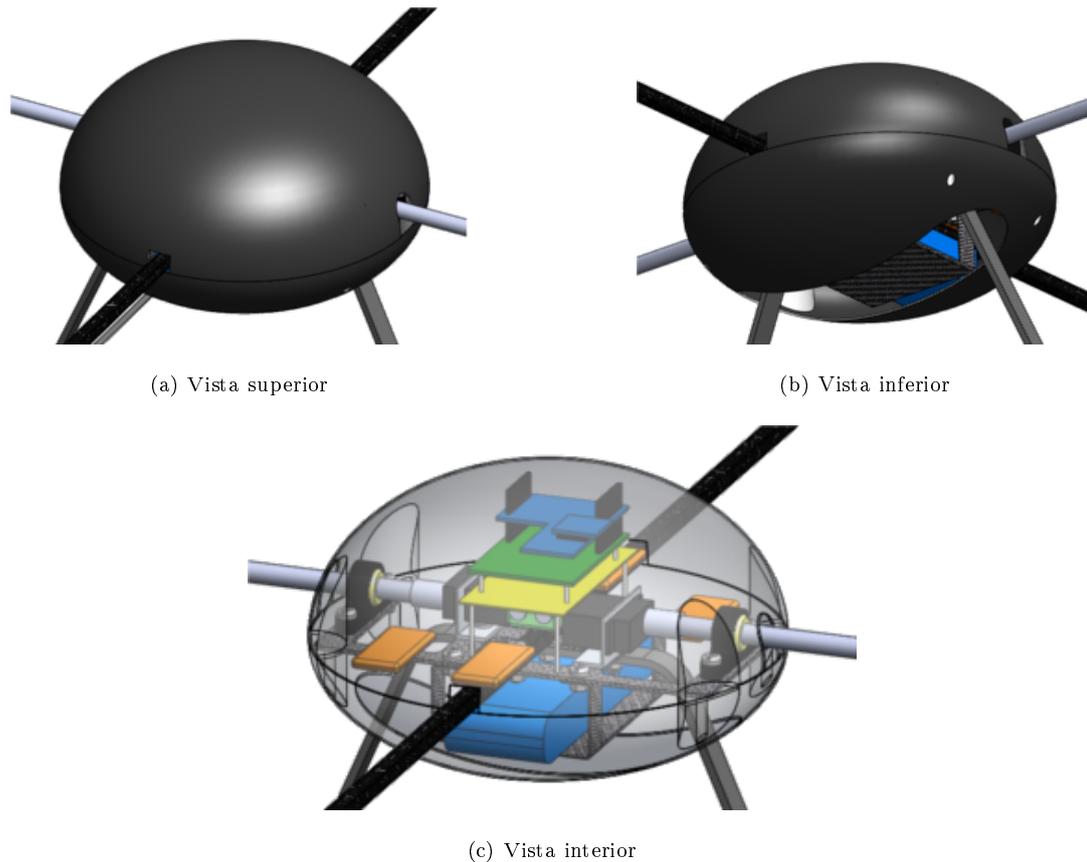


Figura 7.9: Vistas dos aviônicos e dos componentes electrónicos

Por fim, interessa referir que, após a construção, é importante verificar a necessidade do aumento do número de aberturas, no caso dos componentes electrónicos não disporem de um arrefecimento suficiente, o que pode afectar significativamente o seu desempenho.

## 7.6 Ligações eléctricas

Para finalizar a integração dos componentes, é necessário conectá-los uns aos outros para assim constituírem um sistema.

Em primeiro lugar, é necessário fornecer energia aos componentes que dela necessitam. Estes são os motores, que são alimentados a partir da bateria principal através dos controladores de velocidade. Assim, a ligação da bateria é dividida em 4 ligações em paralelo, sendo cada uma ligada a cada controlador de velocidade. De seguida, cada um dos conjuntos de 3 fios provenientes dos controladores são ligados aos terminais correspondentes de cada motor, sendo os fios montados ao longo dos braços do quadricóptero. Para além dos motores, é necessário alimentar os aviônicos a partir da bateria secundária. Estando a bateria situada sob as placas, a ligação entre os dois é simples e directa.

Ainda em relação aos controladores de velocidade, estes apresentam ainda uma ligação do tipo PWM, responsável por fazer o controlo do funcionamento dos motores. Cada uma das ligações dos 4

ESC são conectadas a uma das portas PWM do Arduino.

Por fim, é necessário ligar também os servo-mecanismos a uma das portas PWM do Arduino, pois possuem ligações do mesmo tipo. Os fios dos servos instalados no garfo dos braços móveis são montados ao longo destes, à semelhança da ligação entre os motores móveis e os respectivos controladores de velocidade.

É de referir ainda que o Arduino, na sua configuração original, não dispõe das 8 portas PWM necessárias para este quadricóptero. Contudo, a instalação da biblioteca `MegaServo.h` permite controlar até 12 servo-mecanismos, convertendo algumas das portas analógicas para PWM [36].



## Capítulo 8

# Estimativas de Desempenho

*"If your project doesn't work, look for the part that you didn't think was important."*

*Arthur Bloch*

Uma vez definida a plataforma, é necessário verificar se esta é capaz de cumprir os requisitos operacionais inicialmente propostos. Para além disso, é de grande importância saber como é que esta se comporta em termos de desempenho, de modo a que a sua operação seja o mais eficiente possível.

Desta forma, foi efectuado um estudo através do qual fosse possível obter estimativas do desempenho do quadricóptero em alguns dos seus modos de operação, nomeadamente, o desempenho em subida e em voo de nível (translação horizontal).

### 8.1 Desempenho em Subida

Através da teoria do momento linear [6], é possível chegar à seguinte relação entre a potência necessária para subida  $P_c$  e a potência necessária para voo estacionário  $P_h$ :

$$\frac{P_c}{P_h} = \frac{V_c}{2v_h} + \sqrt{\left(\frac{V_c}{2v_h}\right)^2 + 1} \quad (8.1)$$

Para que se possa obter voo estacionário, e conhecendo o peso total  $W$  do quadricóptero, é necessário que cada rotor desenvolva uma força propulsiva de valor  $W/4$ . A partir daqui, e recorrendo à equação 5.13 que foi obtida a partir dos resultados experimentais do capítulo 3, é possível calcular a corrente necessária para desenvolver essa força e, conseqüentemente, a potência necessária para voo estacionário  $P_h$ . Para além disso, pode-se calcular também o valor da velocidade induzida em estacionário  $v_h$ , através da equação 2.17.

Para a determinação do desempenho em subida foram consideradas duas configurações do quadricóptero distintas: uma correspondente ao quadricóptero com o peso máximo estimado ( $W = 1524g$ ) e outra correspondente ao quadricóptero sem *payload* ( $W = 1224g$ ).

Depois de calculados os valores de  $P_h$  e de  $v_h$  para as as duas configurações, foram representadas no gráfico da figura 8.1 as curvas correspondentes à equação 8.1, para os dois casos.

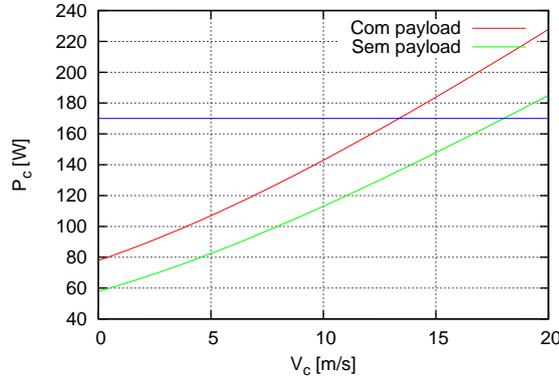


Figura 8.1: Potência requerida em função da velocidade de subida

Apesar de o fabricante do motor não fornecer essa especificação, o consenso por parte dos utilizadores é que este motor tem uma corrente máxima de funcionamento entre 15 e 16 A, que se traduz numa potência máxima de cerca de 170 W. Utilizando este valor como referência, a velocidade máxima de subida do quadricóptero, para cada uma das configurações, é de:

$$\begin{aligned} \text{Com payload: } V_{c_{max}} &= 13.4 \text{ m/s} \\ \text{Sem payload: } V_{c_{max}} &= 18.0 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Como é possível ver, ambas as configurações satisfazem o requisito estipulado inicialmente de uma velocidade de subida de  $7 \text{ m/s}$ .

## 8.2 Desempenho em Voo de Nível

Em primeiro lugar, a potência total requerida pelo quadricóptero para voo de nível é dada pela expressão

$$P = P_i + P_0 + P_p \quad (8.2)$$

onde  $P_i$  corresponde à potência induzida,  $P_0$  é a potência de perfil e  $P_p$  é a potência parasita.

Em voo de nível, as forças que actuam em cada um dos rotores do quadricóptero encontram-se esquematizadas na figura 8.2.

Numa situação de equilíbrio, é possível chegar à seguinte relação:

$$\begin{cases} T \cos \alpha = \frac{W}{4} \\ T \sin \alpha = D \end{cases} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1} \left( \frac{4D}{W} \right) \quad (8.3)$$

Ao contrário de um quadricóptero convencional, e como já foi abordado anteriormente, o quadricóptero projectado neste trabalho efectua o voo de translação inclinando dois dos seus rotores na direcção em

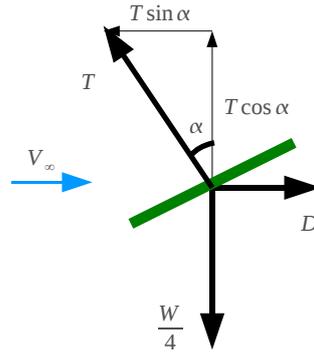


Figura 8.2: Forças actuantes em cada rotor da aeronave

que se pretende que se desloque, mantendo os dois rotores fixos numa posição horizontal. Devido a este facto, a potência induzida e a potência de perfil, que dependem do ângulo  $\alpha$ , serão diferentes em cada tipo de rotores.

Começando pela potência parasita, esta é proveniente da resistência aerodinâmica da fuselagem da aeronave e é dada por

$$P_p = D V_\infty = \frac{1}{2} \rho S_{ref} C_D V_\infty^3 \quad (8.4)$$

Neste caso decidiu-se modelar a fuselagem como se fosse uma esfera. Um valor típico para o coeficiente de resistência de uma esfera é de  $C_D = 0.47$  [37], correspondendo  $S_{ref}$  à área frontal da mesma.

Em termos da potência de perfil, Glauert e Bennett sugerem a seguinte expressão aproximada para o cálculo do seu valor adimensional

$$C_{P_0} = \frac{\sigma C_{d_0}}{8} (1 + K \mu^2) \quad (8.5)$$

a qual fornece uma boa estimativa para razões de avanço inferiores a 0.5.  $K$  é uma constante empírica que pode tomar valores entre 4.5 e 5, dependendo das aproximações que são feitas, sendo prática comum considerar um valor fixo de 4.7 [6]. Esta potência depende da velocidade de avanço e do ângulo  $\alpha$ , através da razão de avanço  $\mu$  que é dada por

$$\mu = \frac{V_\infty \cos \alpha}{\Omega R} \quad (8.6)$$

No que diz respeito à potência induzida, esta é dada pela equação

$$P_i = k T v_i \quad (8.7)$$

sendo a velocidade induzida  $v_i$  dada por

$$v_i = \frac{v_h^2}{\sqrt{(V_\infty \cos \alpha)^2 + (V_\infty \sin \alpha)^2 + v_i^2}} \quad (8.8)$$

onde a velocidade induzida em voo estacionário é dada por  $v_h = \sqrt{\frac{T}{2\rho A}}$ .

Como é possível constatar, não é possível determinar directamente o valor de  $v_i$ , pelo que a equação 8.8 necessita de ser resolvida numericamente [6].

Nas equações 8.5 e 8.7 surgiram duas variáveis cujos valores não são conhecidos:  $k$  e  $C_{d_0}$ . Para os determinar, recorreu-se ao caso do rotor em voo estacionário, cuja potência requerida é dada por

$$C_P = C_{P_i} + C_{P_0} = \frac{k C_T^{3/2}}{\sqrt{4a_w}} + \frac{\sigma C_{d_0}}{8} \quad (8.9)$$

A expressão aqui apresentada para  $C_{P_0}$  é uma aproximação, onde se considera que a pá tem uma resistência aerodinâmica  $C_{d_0}$  constante ao longo do raio, o que não é exactamente correcto, mas aceitável neste âmbito. Utilizando os valores de  $C_T$  e  $C_P$  obtidos experimentalmente com o rotor 5, em conjunto com os valores de  $C_{P_i}$  e de  $\sigma$  calculados através do código BEMT.m abordado na secção 4.1, é possível chegar aos seguintes valores estimados de  $k$  e de  $C_{d_0}$ :

$$\left. \begin{array}{l} C_T = 0.0107 \\ C_P = 0.0029 \\ C_{P_i} = 8.45 \times 10^{-4} \\ \sigma = 0.1389 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} k \approx 1.193 \\ C_{d_0} \approx 0.118 \end{array} \right.$$

Nesta altura, torna-se possível calcular todas as componentes da potência total requerida. Devido ao facto da equação 8.8 necessitar de ser resolvida numericamente, a potência total é calculada para uma gama discreta de valores de velocidade de translação  $V_\infty$ .

Em primeiro lugar, é calculada a resistência aerodinâmica, que permite depois calcular o ângulo  $\alpha$  que é necessário impor aos rotores móveis (para os rotores fixos  $\alpha = 0^\circ$ ). Com este valor é possível depois calcular o valor da propulsão  $T$  desenvolvida por cada rotor. Uma vez que nos quadrirotores a propulsão é obtida através da velocidade de rotação do rotor, ao contrário do que acontece em helicópteros, onde se varia o ângulo de ataque das pás, a velocidade  $\Omega R = V_{tip}$  não é fixa. Contudo, a partir dos ensaios experimentais, foi possível retirar a seguinte relação entre a velocidade de rotação do rotor 5 e força produzida:

$$T = 0.0005 V_{tip}^2 - 0.0075 V_{tip} + 0.1259 \Rightarrow V_{tip} = \frac{\sqrt{5(40000 T - 3911)} + 75}{10} \quad (8.10)$$

com a qual se consegue obter a razão de avanço  $\mu$ . Por fim, calcula-se numericamente o valor de  $v_i$ , estando-se então em condições de calcular o valor total da potência.

A potência total foi calculada para a configuração com o peso máximos, bem como para a configuração sem *payload*, e encontra-se representada no gráfico da figura 8.3, em função da velocidade de translação.

Considerando que a potência máxima combinada dos 4 motores é de cerca de 680 W, o gráfico indica que a velocidade máxima do quadrirotor se situa entre os 50 e os 60 m/s, sendo que a velocidade correspondente a uma potência mínima é de aproximadamente 13 m/s para a configuração mais pesada e 11 m/s para a configuração sem *payload*.

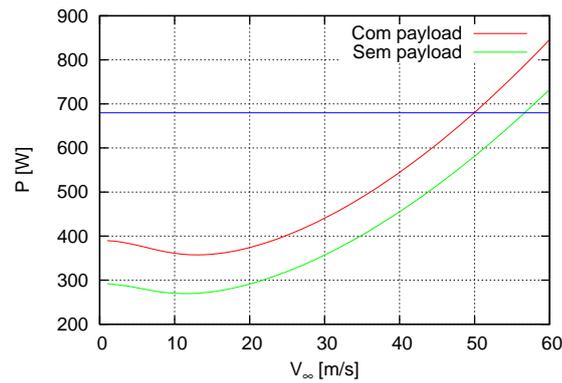


Figura 8.3: Potência total requerida em função da velocidade de translação

Apesar de a forma da curva obtida ter sido a esperada, os valores de velocidade obtidos foram um pouco elevados, comparativamente com o que é especificado noutras plataformas já existentes. Isto deve-se provavelmente às aproximações efectuadas. Contudo, uma vez que o requisito para a velocidade máxima inicialmente estipulado foi de 10 m/s, que se encontra bastante abaixo dos valores aqui obtidos, é de esperar que o quadricóptero seja capaz de cumprir de o cumprir. No entanto, uma vez construída a plataforma, é de interesse efectuar testes que permitam confirmar estas estimativas.



## Capítulo 9

# Conclusões e Trabalhos Futuros

*"I start where the last man left off."*

*Thomas A. Edison*

### 9.1 Conclusões

Esta tese teve por objectivo projectar um quadrirotor possuidor de rotores de posição variável, que lhe conferem graus de liberdade extra.

Em primeiro lugar, foram realizados ensaios experimentais com 6 rotores diferentes disponíveis no mercado, que possuíam geometrias distintas, onde foram determinadas as características aerodinâmicas de cada um. Concluiu-se que o rotor com melhor desempenho, para a missão pretendida para a aeronave, foi o rotor 5, tendo sido este o rotor seleccionado para ser utilizado no quadrirotor.

Foi ainda estudado a influência da utilização de uma conduta em torno do rotor. Para tal foi construída uma conduta, tendo as suas dimensões sido determinadas com base nas conclusões obtidas em estudos anteriores nesta área. Nestes ensaios foram utilizados os rotores 1 e 5, dado que possuem diâmetros aproximadamente iguais. Verificou-se que, utilizando o rotor 5, houve uma melhoria no desempenho muito pequena (aumento da propulsão na ordem dos 10%) e muito inferior aos resultados referidos na bibliografia. Contudo, utilizando o rotor 1, obtiveram-se resultados bastante melhores (aumento de cerca de 34% na propulsão), apesar de ainda aquém dos esperados. Concluiu-se que, as condutas têm um melhor rendimento quando usadas em torno de rotores com ângulos de torção mais elevados e, possivelmente, com maior área de pá. No entanto, questões relacionadas com o acabamento superficial da conduta construída e das suas dimensões sugerem que será necessário efectuar um estudo mais aprofundado nesta área específica. Foi também estudado de forma breve a diferença do ruído produzido, onde se concluiu que, apesar de contra-intuitivo, o ruído gerado com conduta é maior do que no caso do rotor aberto. Contudo, estes resultados carecem de um estudo mais aprofundado.

Com a intenção de se projectar um rotor mais optimizado para esta aeronave em específico, foram

desenvolvidos um modelo aerodinâmico do rotor baseado na BEMT e um algoritmo genético (GA) para realizar o processo de optimização da sua geometria e condições de operação. A validação do modelo aerodinâmico veio sugerir que, apesar das reduzidas dimensões dos rotores utilizados nos ensaios experimentais, estes apresentam uma contracção de esteira idêntica a rotores de maiores dimensões, ao contrário do que parecia ser sugerido na literatura. Após se validar o modelo e se determinarem quais os parâmetros e métodos que permitiam um melhor desempenho do GA, foram conduzidas duas optimizações diferentes. Na primeira, apenas foram optimizadas 4 variáveis, sendo alguns dos parâmetros geométricos fixos idênticos ao rotor 5, enquanto que na segunda este número passou para 7, sendo a geometria toda optimizada. Estas simulações permitiram concluir que o algoritmo genético é uma ferramenta robusta e capaz de ser utilizada na optimização de um problema de engenharia, sendo os resultados obtidos com o modelo plausíveis. As duas soluções obtidas foram comparadas entre si e com o rotor 5, verificando-se que de facto apresentavam um desempenho melhor. Crê-se que ainda assim a solução pudesse ter sido melhor, tendo sido limitada pelos limites de validade do modelo aerodinâmico utilizado.

Foram seleccionados os diversos componentes a ser incluídos no quadrirotor, nomeadamente o grupo propulsor, servo-mecanismos, aviónicos, capacidade de *payload* e bateria. Com isto, estimou-se um peso total máximo do quadrirotor de 1524g, com uma autonomia correspondente de cerca de 10 minutos. No caso de voo sem *payload*, a autonomia pode chegar a cerca de 14 minutos. É de salientar que a escolha do grupo propulsor, em particular do motor, podia ter recaído sobre uma opção melhor, com uma tensão superior, que permitiria obter autonomias maiores. No entanto, não foi esse o caso, devido à oferta disponível no mercado.

Foi elaborado o conceito inicial da estrutura da aeronave, sendo esta posteriormente dimensionada com a ajuda de um código de elementos finitos (*ANSYS*<sup>®</sup>) após terem sido determinados os vários carregamentos a que estaria sujeita. Os materiais utilizados foram o alumínio e compósitos de fibra de carbono e fibra de vidro. O peso final da estrutura dimensionada foi de aproximadamente 320g, inferior ao peso inicialmente estimado de 400g. A diferença entre os dois valores foi considerada como uma margem de segurança para os componentes a ser incluídos que não tinham sido contabilizados, como por exemplo as ligações eléctricas. É de referir que foi considerada a utilização de condutas, mas esta hipótese foi descartada face à relação entre os resultados obtidos nos ensaios experimentais e o peso estimado que teriam.

Foi ainda feita a integração final de todos os componentes, onde se mostrou a forma final que o quadrirotor tomou e a maneira como os seus diversos constituintes se encontravam montados e ligados entre si. A configuração final da aeronave tem uma distância entre centros de rotores de 800mm e uma altura de 285mm, tendo a zona reservada à montagem de equipamentos extra uma altura de 166mm e a fuselagem um diâmetro de 226mm.

Por fim, foram obtidas estimativas para o desempenho do quadrirotor. Em relação à subida, obteve-se um valor máximo da velocidade de subida que pode variar entre os 13 e os 18 m/s, consoante a

aeronave se encontre com o seu peso máximo ou não apresente nenhum *payload*. No que diz respeito ao voo de nível, os resultados obtidos apontam para uma velocidade máxima de cerca de 50 m/s e velocidades de cruzeiro entre 11 e 13 m/s. No entanto estes valores aparentam ser um pouco elevados, o que se pode dever às aproximações efectuadas. Ainda assim, uma vez que era pretendido verificar o cumprimento dos requisitos estipulados inicialmente, os resultados parecem indicar que estes são cumpridos.

Para finalizar, apesar de não ter sido construída, prevê-se que a plataforma obtida seja capaz de desempenhar a missão estipulada inicialmente.

Como teste do conceito de rotores de posição variável, constatou-se que é possível ter um quadrirotor com essas capacidades, estando agora disponível uma plataforma para a continuação do seu estudo. A aeronave em si representa apenas uma parte do conceito, faltando abordar a área de controlo, que tem também uma grande importância.

## 9.2 Trabalhos Futuros

Uma vez que, por limitações temporais, não foi possível construir o quadrirotor, em primeiro lugar recomenda-se para trabalhos futuros a sua construção, a partir do modelo desenvolvido neste trabalho.

Devido aos resultados obtidos nos ensaios experimentais com a conduta não terem correspondido aos inicialmente esperados, seria interessante o aprofundamento deste estudo, experimentando eventualmente rotores diferentes e/ou condutas com outras dimensões e com diferentes acabamentos.

Teria também interesse o desenvolvimento de um modelo aerodinâmico do rotor com uma validade mais abrangente do que o que foi aqui desenvolvido, nomeadamente através da implementação das expressões sem aproximações. Este código poderia então ser usado em conjunto com o algoritmo genético apresentado, de forma a observar os resultados que podem obtidos e compará-los com os desta tese.

Por fim, falta implementar a componente de controlo relativa a um quadrirotor deste tipo, que será diferente, e provavelmente mais complexa, do que a de um quadrirotor convencional.



# Bibliografia

- [1] J. M. McMichael and M. S. Francis, “Micro air vehicles – toward a new dimension in flight,” *U.S. Department of Defense Weapons Systems Technology Information Analysis Center (WSTIAC) Newsletter*, vol. 1, Janeiro-Julho 2000.
- [2] M. Ramasamy, B. Johnson, and J. G. Leishman, “Understanding the aerodynamic efficiency of a hovering micro-rotor,” *Journal of the American Helicopter Society*, vol. 53, pp. 412–428, Outubro 2008.
- [3] G. Hoffmann, D. G. Rajnarayan, S. L. Waslander, D. Dostal, J. S. Jang, and C. J. Tomlin, “The stanford testbed of autonomous rotorcraft for multi-agent control,” in *the Digital Avionics System Conference 2004*, (Salt Lake City, UT), Novembro 2004.
- [4] P. Pounds, R. Mahony, and J. Gresham, “Towards dynamically favourable quad-rotor aerial robots,” in *In Proc. of Australasian Conference on Robotics and Automation*, 2004.
- [5] S. M. O. Raposo, “System and process of vector propulsion with independent control of three translation and three rotation axis.” Pedido de patente WO2008054234, Setembro 2009.
- [6] J. G. Leishman, *Principles of Helicopter Aerodynamics*. Cambridge University Press, 2nd ed., 2006.
- [7] “An overview of genetic algorithms for the solution of optimisation problems.” [http://www.economicsnetwork.ac.uk/cheer/ch13\\_1/ch13\\_1p16.htm](http://www.economicsnetwork.ac.uk/cheer/ch13_1/ch13_1p16.htm), Setembro 2009.
- [8] K. A. DeJong, *Analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems*. PhD thesis, University of Michigan, 1975.
- [9] A. H. Wright, “Genetic algorithms for real parameter optimization,” *Foundations of Genetic Algorithms*, 1991.
- [10] P. J. Ballester and J. N. Carter, “Real-parameter genetic algorithms for finding multiple optimal solutions in multi-modal optimization,” *GECCO 2003*, vol. LNCS 2723, pp. 706–717, 2003.

- [11] F. Bohorquez, P. Samuel, J. Sirohi, D. Pines, L. Rudd, and R. Perel, "Design, analysis and hover performance of a rotary wing micro air vehicle," *Journal of the American Helicopter Society*, pp. 80–90, Abril 2003.
- [12] J. L. Pereira and I. Chopra, "Hover tests of micro aerial vehicle-scale shrouded rotors, part i: Performance characteristics," *Journal of the American Helicopter Society*, vol. 54, p. 012001, Janeiro 2009.
- [13] D. M. Harrison, "Error analysis in experimental physical science." Department of Physics, University of Toronto, Maio 2009.
- [14] J. R. Taylor, *An Introduction to Error Analysis - The Study of Uncertainties in Physical Measurements*. University Science Books, 2nd ed., 1997.
- [15] A. L. Pape and P. Beaumier, "Numerical optimization of helicopter rotor aerodynamic performance in hover," *Aerospace Science and Technology*, vol. 9, pp. 191–201, 2005.
- [16] J. G. Leishman and S. Anathan, "An optimum coaxial rotor system for axial flight," *Journal of the American Helicopter Society*, vol. 53, pp. 366–381, Outubro 2008.
- [17] J. G. Leishman, "Aerodynamic performance considerations in the design of a coaxial proprotor," *Journal of the American Helicopter Society*, vol. 54, p. 012005, Janeiro 2009.
- [18] "Aerodynamic coefficients for 360 degrees angle of attack and for a wide range of reynolds numbers." <http://www.cyberiad.net/foildata.htm>, Maio 2009.
- [19] H. B. Squire, R. A. Fail, and R. C. W. Eyre, "Wind-tunnel tests on a 12-ft diameter helicopter rotor," *Ministry of Supply, Aeronautical Research Council, Reports and Memoranda n° 2695*, 1949.
- [20] J. R. Meyer and G. Falabella, "An investigation of the experimental aerodynamic loading on a model helicopter rotor blade," *NACA*, vol. Technical Note 2953, Maio 1953.
- [21] Z. Michalewicz, D. Dasgupta, R. G. L. Riche, and M. Schoenauer, "Evolutionary algorithms for constrained engineering problems," *Computers & industrial engineering*, vol. 30, pp. 851–870, 1996.
- [22] H.-Q. Min, Y.-R. Zhou, Y.-S. Lu, and J. zhi Jiang, "An evolutionary algorithm for constrained multi-objective optimization problems," in *IEEE Asia-Pacific Conference on Services Computing*, 2006.
- [23] R. L. Haupt and S. E. Haupt, *Practical Genetic Algorithms*. Hoboken, New Jersey: Wiley - Interscience, 2nd ed., 2004.

- [24] T. T. H. Ng and G. S. B. Leng, "Application of genetic algorithms to conceptual design of a micro-air vehicle," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 15, pp. 439–445, 2002.
- [25] T. T. H. Ng and G. S. B. Leng, "Design of small-scale quadrotor unmanned air vehicles using genetic algorithms," *J. Aerospace Engineering*, vol. 221, pp. 893–905, 2007.
- [26] A. C. Marta, "Parametric study of a genetic algorithm using a aircraft design optimization problem,"
- [27] F. P. Beer and E. R. Johnston, *Vector Mechanics for Engineers, Dynamics*. McGraw-Hill, 7th ed.
- [28] J. M. B. Domingues, "Quadrotor prototype," Master's thesis, Instituto Superior Técnico, 2009.
- [29] "Draganflyer x6 helicopter camera specifications." <http://www.draganfly.com/uav-helicopter/draganflyer-x6/specifications/cameras.php>, Setembro 2009.
- [30] C.-H. Tho, C. E. Sparks, A. K. Sareen, M. R. Smith, and C. Johnson, "Efficient helicopter skid landing gear dynamic drop simulation using ls-dyna," *American Helicopter Society 59th Annual Forum*, 2003.
- [31] D. Gay, S. V. Hoa, and S. W. Tsai, *Composite Materials - Design and Applications*. CRC Press, 2003.
- [32] "Composite materials handbook." Structural Polymer Systems Ltd.
- [33] "Matweb – material property data." <http://www.matweb.com/>, Setembro 2009.
- [34] E. H. Smith, *Mechanical Engineer's Reference Book*. Butterworth-Heinemann, 12th ed., 1994.
- [35] ANSYS, Inc., *Release 11.0 Documentation for ANSYS*.
- [36] "Megaservo hardware servo library." <http://www.arduino.cc/playground/Code/MegaServo>, Setembro 2009.
- [37] F. M. White, *Fluid Mechanics*. McGraw-Hill, 4th ed.



# Anexo A

## Procedimentos dos Ensaios Experimentais

### Ligação do receptor:

1. Ligar o cabo do controlador de velocidade (ESC) ao canal 3 do receptor, tendo em atenção a polaridade.
2. Ligar o rádio transmissor com o *throttle* em *idle* (para baixo).
3. Ligar a fonte de alimentação com a tensão configurada para 11.1 V.

### Procedimentos dos ensaios:

1. Fixar o rotor a testar ao motor eléctrico.
2. Pôr a balança "a zero", i.e., descontar o peso da estrutura da montagem para que o valor medido pela balança seja apenas a magnitude do *thrust* produzido.
3. Proceder aos passos 2 e 3 do procedimento de ligação e configuração do receptor.
4. Através do comando do *throttle* aumentar progressivamente a velocidade de rotação até a frequência medida pelo tacógrafo atingir um valor pré-determinado.
5. Esperar que os valores de *thrust* estabilizem.
6. Registar o valor do *thrust* medido pela balança electrónica.
7. Registar os valores da tensão e corrente fornecidos pela fonte de alimentação variável.
8. Repetir o procedimento para os restantes valores de velocidade de rotação.



## Anexo B

# Resultados dos Ensaaios Experimentais

Tabela B.1: Resultados dos ensaios experimentais dos rotores (Motor DC)

Rotor	RPMS	Tensão [V]	Corrente [A]	Thrust [g]
1	570	0.38	0.50	1.96
	1500	0.94	1.14	14.98
	3000	2.16	3.33	63.00
	4500	3.88	7.10	144.11
	5400	5.71	10.09	210.20
2	600	0.62	1.29	12.56
	1500	2.77	5.80	82.00
	2010	4.04	10.22	148.60
3	600	0.46	0.75	5.71
	1500	1.40	2.78	42.10
	3000	4.20	9.73	181.00
	3060	5.03	10.20	191.00
4	600	0.50	0.86	5.66
	1500	1.55	3.21	43.10
	2880	4.70	10.21	166.00
5	2000	1.13	1.11	16.80
	3000	1.80	2.04	39.90
	4000	2.54	3.25	71.00
	5000	3.49	5.00	117.00
	6000	4.54	7.00	169.30
	7000	6.30	9.73	244.00
	7240	6.56	10.14	253.00
6	2000	1.40	2.06	33.58
	3000	2.42	4.19	80.00
	4000	3.80	7.40	150.00
	4640	5.35	10.12	209.50

Tabela B.2: Resultados dos ensaios experimentais dos rotores (Motor *Brushless*)

Rotor	RPMs	Tensão [V]	Corrente [A]	Thrust [g]	Rotor	RPMs	Tensão [V]	Corrente [A]	Thrust [g]
1	1170	11.1	0.24	9.00	5	1940	11.1	0.31	16.20
	1590	11.1	0.31	16.00		2740	11.1	0.48	35.00
	2340	11.1	0.52	36.00		2980	11.1	0.56	38.00
	3030	11.1	0.84	61.00		3860	11.1	0.89	67.00
	3660	11.1	1.24	86.00		3900	11.1	0.91	68.00
	4260	11.1	1.79	119.00		4560	11.1	1.26	95.00
	4800	11.1	2.45	154.00		5100	11.1	1.63	115.00
	6000	11.1	4.50	246.00		5380	11.1	1.87	133.00
	6450	11.1	5.80	286.00		6120	11.1	2.55	170.00
	6870	11.1	6.90	320.00		6240	11.1	2.68	182.00
7440	11.1	8.80	360.00	6860	11.1	3.47	224.00		
2	1290	11.1	0.76	61.62	7020	11.1	3.65	229.00	
	1320	11.1	0.76	62.00	7400	11.1	4.27	266.00	
	1800	11.1	1.67	115.00	8080	11.1	5.55	312.00	
	2160	11.1	2.75	170.00	9000	11.1	7.50	400.00	
	2370	11.1	3.67	204.00	9320	11.1	8.15	420.00	
	2400	11.1	3.90	208.00	9600	11.1	9.00	456.00	
3	1260	11.1	0.39	28.92	6	2180	11.1	0.55	43.50
	1470	11.1	0.49	39.00		2340	11.1	0.61	48.00
	1770	11.1	0.70	59.00		3000	11.1	1.03	82.00
	2070	11.1	0.94	81.00		3100	11.1	1.07	87.00
	2490	11.1	1.51	125.00		4020	11.1	2.09	150.00
	2790	11.1	1.99	155.00		4200	11.1	2.28	164.00
	2970	11.1	2.41	178.00		5040	11.1	4.00	243.00
	3420	11.1	3.52	236.00		5340	11.1	4.36	255.00
	3630	11.1	4.36	269.00		5880	11.1	6.27	333.00
	3660	11.1	4.40	271.00					
4	1200	11.1	0.40	25.50					
	1620	11.1	0.65	51.00					
	1860	11.1	0.87	67.70					
	2550	11.1	1.77	126.00					
	2820	11.1	2.34	155.00					
	3150	11.1	3.31	203.00					
	3270	11.1	3.59	213.00					
	3570	11.1	4.69	259.00					

Tabela B.3: Resultados dos ensaios experimentais dos rotores 1 e 5 com conduta

Rotor	Tensão [V]	Corrente [A]	Thrust [g]
1	11.10	0.35	26.5
	11.10	0.59	54
	11.10	1.06	98
	11.10	1.72	152
	11.10	2.17	185
	11.10	2.69	222
	11.10	3.08	247
	11.10	4.07	306
	11.10	4.40	323
	11.10	5.50	380
	11.10	6.30	422
	11.10	7.10	460
	9.30	10.21	483
5	11.10	0.26	10
	11.10	0.60	45
	11.10	0.65	50
	11.10	1.13	88
	11.10	1.21	94
	11.10	1.62	124
	11.10	1.79	137
	11.10	2.45	179
	11.10	2.49	180
	11.10	3.00	210
	11.10	3.22	222
	11.10	3.55	240
	11.10	4.13	273
	11.10	4.20	280
	11.10	5.00	308
	11.10	5.40	335
	11.10	5.80	350
	11.10	7.20	410
	11.10	7.70	445
	11.10	8.80	490
11.10	9.00	500	



## Anexo C

# Distribuições de Corda e Torção dos Rotores Disponíveis no Mercado

A função utilizada para o *curve-fitting* foi um polinómio de 4º grau:

$$f(r) = ar^4 + br^3 + cr^2 + dr + e$$

Os valores obtidos para os vários coeficientes encontram-se nas tabelas C.1 e C.2.

Tabela C.1: Coeficientes da função  $f(r)$  usada no *curve-fitting* das distribuições da corda

<b>Coeficiente</b>	<b>Rotor 1</b>	<b>Rotor 2</b>	<b>Rotor 3</b>	<b>Rotor 4</b>	<b>Rotor 5</b>	<b>Rotor 6</b>
a	115.049	103.607	-72.8792	-184.67	-72.7986	-60.7683
b	-272.854	-307.725	124.958	442.923	143.474	114.272
c	144.952	175.887	-91.0303	-422.252	-112.911	-87.516
d	14.622	29.8584	25.1115	168.749	36.7787	24.3993
e	6.37677	8.00653	24.9044	3.39313	14.0556	18.8865

Tabela C.2: Coeficientes da função  $f(r)$  usada no *curve-fitting* das distribuições do ângulo de torção

<b>Coeficiente</b>	<b>Rotor 1</b>	<b>Rotor 2</b>	<b>Rotor 3</b>	<b>Rotor 4</b>	<b>Rotor 5</b>	<b>Rotor 6</b>
a	78.929	-8.15008	-260.794	103.842	-160.764	-318.694
b	-163.637	99.5227	688.621	-274.868	443.568	806.244
c	89.7797	-156.132	-632.97	279.253	-423.551	-709.103
d	-13.1178	59.1605	208.377	-168.176	138.75	222.475
e	20.7565	19.981	2.1968	65.738	7.88889	3.62668

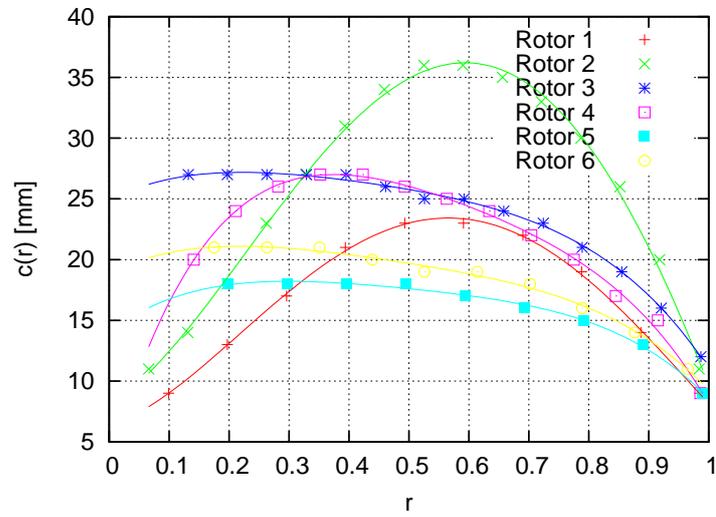


Figura C.1: *Curve-fitting* da distribuição de corda

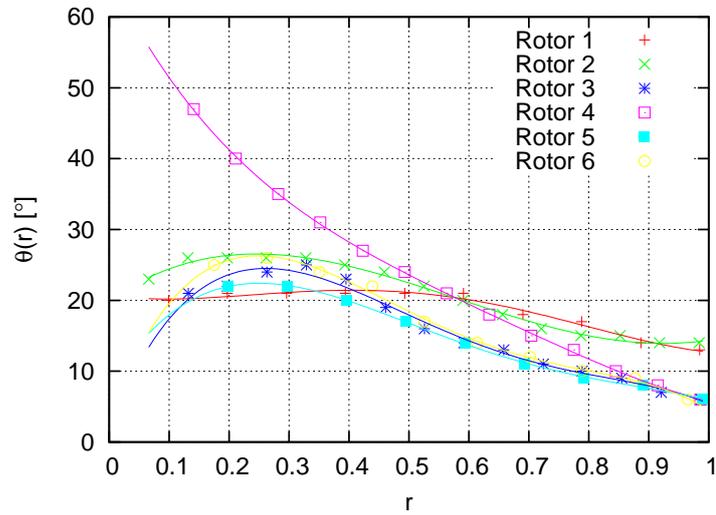


Figura C.2: *Curve-fitting* da distribuição do ângulo de torção

## Anexo D

# Implementação da BEMT (BEMT.m)

```
%=====
% Implementacao da Blade Element Momentum Theory (BEMT)
%           Filipe Pedro - Maio de 2009
%
% chama a função: - C_drag.m
%=====

ignore_function_time_stamp ()
clear all
format short

%===== PARAMETROS DE AJUSTE GERAIS: =====
disp("\n Parametros de Ajuste Gerais:")
n_div=100 % numero de divisoes da pa
erro_max=1e-4
graficos="s" % "s"-> plota graficos. "n"-> nao plota graficos
tip_loss="s" % "s"-> considera Prandtl's tip-loss factor. "n"-> nao considera

a_w=0.61 % parametro de contraccao de esteira
v_climb=0 % velocidade de subida [m/s]
v_rot_rpm=8000; % velocidade de rotacao [rpm]

v_rot_rads=v_rot_rpm*2*pi/60;

to_rad=pi/180;
to_deg=180/pi;

%===== PARAMETROS DA ATMOSFERA: =====
disp("\n Parametros da Atmosfera:")
rho=1.188 % kg/m^2 (nos ensaios exp. foi 1.188)
mu=1.86e-5 % kg/(m s)

%===== DADOS GEOMETRICOS DO ROTOR: =====
disp("\n Parametros Geometricos do Rotor:")
load 'rotor_5.dat' % ficheiro com os parâmetros do rotor
Nb % numero de pas
D % diametro do rotor [m]
root_cut_out % porcao ocupada pelo hub e que nao contribui para a sustentacao [m]
```

```

R=D/2; % raio do rotor [m]

%===== PARAMETROS DE AJUSTE DO ROTOR (OPCIONAL): =====
Cla=2*pi;

%===== DISTRIBUICOES DA CORDA, TORCAO E SOLIDEZ LOCAL: =====
if tip_loss=="s"
    r_max=1-(2e-5); % com tip-loss, para r=1 o lambda vem infinito...
else
    r_max=1;
end

dr=(r_max-root_cut_out/R)/n_div;
r=(root_cut_out/R):dr:r_max; r=r';

for i=1:length(r)
% corda(i,1)= c_tip*(r(i,1)+(1-r(i,1))/afil); % c(r) linear
    corda(i,1)=(a_c*r(i,1)^4 + b_c*r(i,1)^3 + c_c*r(i,1)^2 + d_c*r(i,1) + e_c)/1000;
    % divide-se por 1000 pq os coef foram calculados para c(r) em mm

% theta(i,1)=(theta_root-theta_tip)*r(i,1)+theta_tip; % torcao linear
    theta(i,1)=a_t*r(i,1)^4 + b_t*r(i,1)^3 + c_t*r(i,1)^2 + d_t*r(i,1) + e_t;

    sigma_local(i,1)=Nb*corda(i,1)/(pi*R);
    d_sigma_e=sigma_local(i,1)*r(i,1)^2*dr;
    Re(i,1)=rho/mu*v_rot_rads*(r(i,1)*R)*corda(i,1);
end

theta=theta*to_rad; % pq a dist. foi calculada em graus...

%===== CALCULO DE PARAMETROS GEOMETRICOS DO ROTOR: =====
A_pa=sum(corda*dr)*R % multiplica-se por R pq c(r) vai de 0 a 1.
A_disco=pi*R^2
c_tip=corda(length(r))
c_root_cut_out=corda(1)
sigma_rotor=Nb*A_pa/A_disco % ou sum(sigma_local*dr)
sigma_e=3*sum(d_sigma_e) % thrust weighted solidity

%===== CALCULO DO LAMBDA (INFLOW) (MAIS F, PHI E ALPHA): =====
v_tip=v_rot_rads*R;
lambda_c=v_climb/v_tip;

for i=1:length(r)
    F(i,1)=1;
    cont_F=0;
    do
        cont_F=cont_F+1;

        lambda(i,1)=(sqrt(16*a_w^2*lambda_c^2*F(i,1)^2+(16*a_w*Cla*r(i,1)*sigma_local(i,1)*theta(i,1)-...
            8*a_w^2*Cla*lambda_c*sigma_local(i,1))*F(i,1)+a_w^2*Cla^2*sigma_local(i,1)^2)+...
            4*a_w*lambda_c*F(i,1)-a_w*Cla*sigma_local(i,1))/(8*F(i,1)); % considerando que Cl=Cla*alpha

        phi(i,1)=lambda(i,1)/r(i,1);
        alpha(i,1)=theta(i,1)-phi(i,1);
    end
end

```

```

if tip_loss=="s" % considerando tip-loss factor
    F_novo=(2/pi)*acos(exp(-Nb/2*((1-r(i,1))/lambda(i,1))));
    erro_F=abs(F(i,1)-F_novo)/F_novo;
    F(i,1)=F_novo;
else % nao considerando tip-loss factor
    erro_F=0;
end

if cont_F>50
    printf("\nERRO!!!\nerro_F nao convergiu em r=%f (erro_F=%f)\n",r(i,1),erro_F)
    return
end
until erro_F<=erro_max
end

%===== INTEGRACAO NUMERICA DE C_T, C_Pi E C_PO: =====
C_T=C_Pi=C_PO=0;

for i=1:length(r)
    dCT(i,1) = F(i,1)*2/a_w*lambda(i,1)*(lambda(i,1)-lambda_c)*r(i,1)*dr;
    dCPi(i,1) = lambda(i,1)*dCT(i,1);
    dCPO(i,1) = sigma_local(i,1)/2*C_drag(alpha(i,1)*to_deg,Re(i,1))*(r(i,1))^-3*dr;
end

disp("\n Coeficientes adimensionais:")
C_T=sum(dCT)
C_Pi=sum(dCPi)
C_PO=sum(dCPO)
C_P=C_Pi+C_PO

%===== CALCULOS DA PERFORMANCE: =====
disp("\n Performance:")
k=C_Pi*sqrt(4*a_w)/C_T^(3/2)
FM=C_T^(3/2)/(sqrt(4*a_w)*C_P)

PL=C_T/(C_P*v_tip);
T=C_T*rho*A_disco*v_tip^2;
P=C_P*rho*A_disco*v_tip^3;
printf("\n Para V_rot = %d rpm:\nT = %f g\nT = %f N\nP = %f W\nPL = %f\n",v_rot_rpm,T/9.81*1e3,T,P,PL)
rpm=0:100:12000; rpm=rpm';
omega=rpm*2*pi/60;
for i=1:length(omega)
    PL_curva(i,1)=C_T/(omega(i,1)*R*C_P);
    T_curva(i,1)=C_T*rho*A_disco*R^2*omega(i,1)^2;
    P_curva(i,1)=C_P*rho*A_disco*R^3*omega(i,1)^3;
end

%===== PLOT DE GRAFICOS: =====
if graficos=="s"
    hold off
    figure(1)
    subplot(4,2,1)
    plot(r,corda,'-g')
    xlabel('r')
    ylabel('c(r) [m]')

```

```
axis([0,1])
grid on

subplot(4,2,2)
plot(r,theta*to_deg,'-b')
xlabel('r')
ylabel('\theta(r) [°]')
axis([0,1])
grid on

subplot(4,2,3)
plot(r,lambda,'-r')
xlabel('r')
ylabel('\lambda(r)')
axis([0,1])
grid on

subplot(4,2,4)
plot(r,dCT/dr)
xlabel('r')
ylabel('dC_T/dr')
axis([0,1])
grid on

subplot(4,2,5)
plot(r,F,'m')
xlabel('r')
ylabel('F')
axis([0,1,0,1.2])
grid on

subplot(4,2,6)
plot(rpm,PL_curva,'k')
xlabel('\omega [rpm]')
ylabel('PL')
axis([1000,10000,0,1])
grid on

subplot(4,2,7)
plot(rpm,T_curva/9.81*1000,'b')
xlabel('\omega [rpm]')
ylabel('T [g]')
grid on

subplot(4,2,8)
plot(rpm,P_curva,'r')
xlabel('\omega [rpm]')
ylabel('P [W]')
grid on

end
```

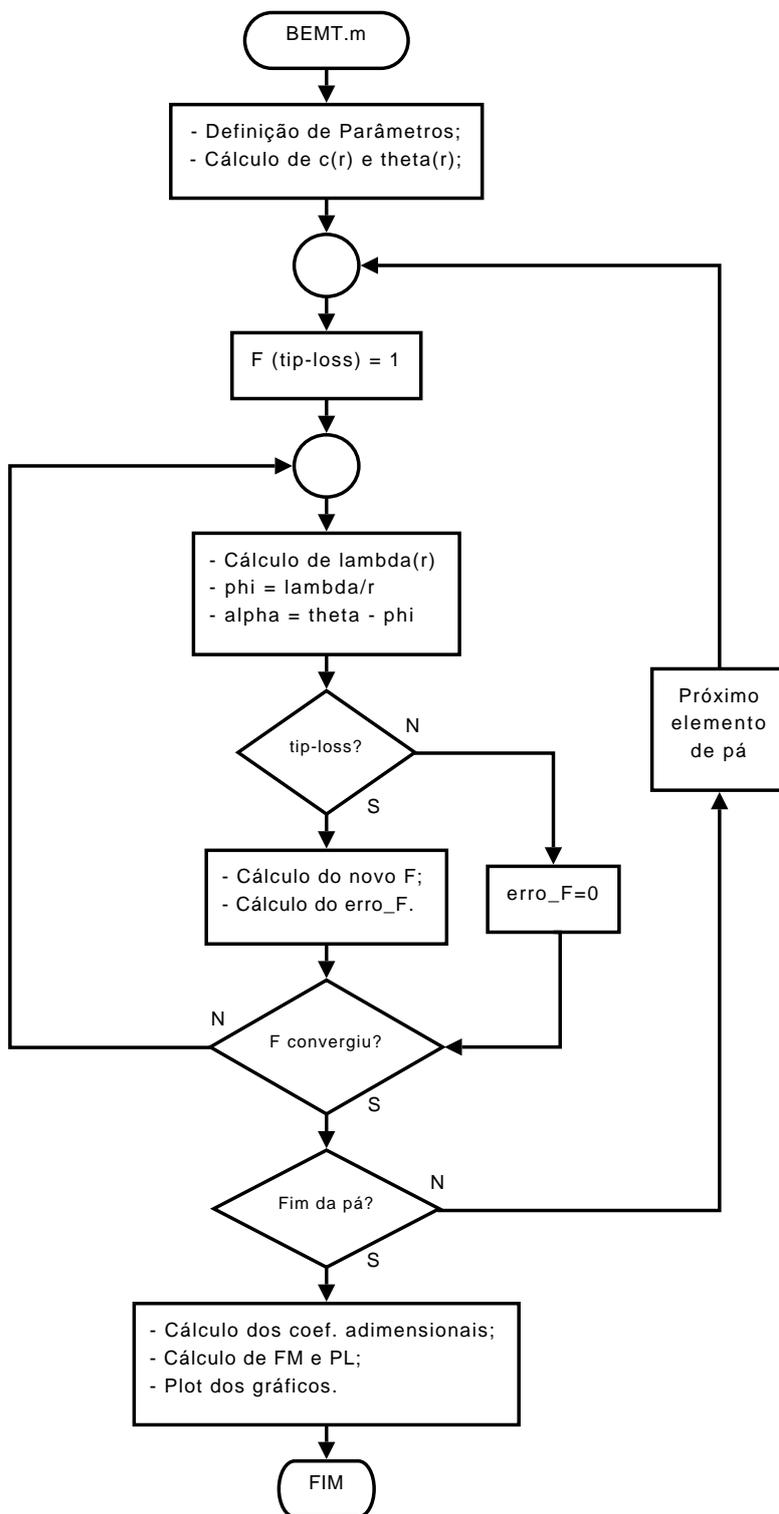


Figura D.1: Fluxograma do código BEMT.m



## Anexo E

# Algoritmo Genético (GA.m)

```
%=====
%
%                               ALGORITMO GENETICO
%                               Filipe Pedro - Junho 2009
%
%
% Cria os ficheiros: - ga_resultados.dat (resultados da evolucao ao longo das geracoes)
%                   - ga_condicoes.dat (valores das variaveis de condicao)
%=====

clear all
format short
ignore_function_time_stamp ()

%===== PARAMETROS: =====
disp(round(clock))
disp("-----ALGORITMO-GENETICO-----")
n_gen=input("numero de geracoes = "); % numero maximo de geracoes
n_pop=input("tamanho da populacao = "); % numero de individuos na populacao
pop_keep=input("percentagem da pop. a manter [0:1] = "); % percentagem da populacao a manter
n_keep=round(pop_keep*n_pop);
printf("=> n_keep = %d\n",n_keep)
if mod(n_keep,2) % verificacao se n_keep é par:
    disp(" ERRO!!! \n Ajuste pop_keep ou n_pop de forma a n_keep ser par!")
    break
end
taxa_mut=input("taxa de mutacao [0:1] = "); % taxa de mutacao
disp("-----")
metodo_selec=menu("Metodo de Seleccao:", "Ranking", "Roulette Wheel", "Torneio");
metodo_empar=menu("Metodo de Emparelhamento:", "Adjacent Fitness Pairing", "Best-Mate-Worst");
metodo_cross=menu("Metodo de Acasalamento:", "Arithmetical Crossover", "Intermediate Crossover");
disp("-----")
% vectores com os valores max e min dos parametros (param_1,param_2,...,param_n):
param=["c_tip"; "lambda"; "theta_tip"; "theta_root"; "D"; "Nb"; "v_rot_rpm"];
tipo=["real"; "real"; "real"; "real"; "real"; "intr"; "real"]; % todas estas strings tem de ter o mesmo comprimento!!!
param_min=[0,0.3,0,0,0.1,2,1000];
param_max=[0.02,1,10,10,0.5,4,10000];
% restrições:
T_min=4;
P_max=100;
```

```

if length(param_min)!=length(param_max)
    disp("limites de parametros mal introduzidos!")
    break
else
    n_param=length(param_min);
end
disp("Parametro: \t \tTipo:\tGama de valores possivel:\n")
for i=1:n_param
    printf("%s \t->\t%s\t [%f : %f]\n",param(i,:),tipo(i,:),param_min(i),param_max(i))
end

disp("-----")
disp("Restricoes:")
printf("T_min = %f\nP_max = %f\n",T_min,P_max)
disp("-----")

save("./ga_condicoes.dat",'n_gen','n_pop','pop_keep','n_keep','taxa_mut','metodo_selec','metodo_empar',...
    'metodo_cross','param','n_param','tipo','param_min','param_max','T_min','P_max')

%===== OPERADORES GENETICOS: =====
% FITNESS: (introduz uma coluna direita da matriz com o valor da funcao para cada linha da matriz)
function m=fitness(m,n_param,T_min,P_max)
    for i=1:rows(m)
        [PL,T,P]=f_BEMT(m(i,1),m(i,2),m(i,3),m(i,4),m(i,5),m(i,6),m(i,7),0.61,0,0.01);
        % penalização por thrust insuficiente:
        if (T<T_min || P>P_max)
            penalidade=0;
        else
            penalidade=1;
        end

        m(i,n_param+1)=-PL*penalidade;
    end
endfunction
%-----
% SELECCAO: (selecciona os cromossomas que se irão reproduzir)
function escolhidos=seleccao(pop,n_keep,metodo)
    [linhas,colunas]=size(pop);
    [s,indice]=sort(pop(:,colunas));
    escolhidos(1,:)=pop(indice(1,:); % elitismo

    if metodo==1 % OPCA0 1-> Seleccao por "ranking"
        for i=2:n_keep
            escolhidos(i,:)=pop(indice(i,:));
        end
    elseif metodo==2 % OPCA0 2-> Seleccao por "Roulette Wheel"
        soma_fit=0;
        for i=1:n_keep
            soma_fit += abs(pop(i,colunas));
        end
        for i=2:n_keep
            num_rand=rand()*soma_fit;
            soma_parcial=idd=0;
            while soma_parcial<num_rand

```

```

        idd++;
        soma_parcial += abs(pop(idd,colunas));
    endwhile
    escolhidos(i,:)=pop(idd,:);
end
elseif metodo==3 % OPCAO 3-> Selecao por "Torneio"
    for i=2:n_keep
        indiv_1=ceil(rand()*linhas);
        indiv_2=ceil(rand()*linhas);
        if pop(indiv_1,colunas)>pop(indiv_2,colunas)
            escolhidos(i,:)=pop(indiv_1,:);
        else
            escolhidos(i,:)=pop(indiv_2,:);
        end
    end
end
endfunction
%-----
% EMPARELHAMENTO: (ordena as linhas para o "mating" - pai,mae,pai,mae,...)
function emparelhados=empar(escolhidos,metodo)
    if metodo==1 % OPCAO 1-> "Adjacent Fitness Pairing"
        [linhas,colunas]=size(escolhidos);
        [s,indice]=sort(escolhidos(:,colunas));
        for i=1:linhas
            emparelhados(i,:)=escolhidos(indice(i),:);
        end
    elseif metodo==2 % OPCAO 2-> "Best mate-worst" (os melhores com os piores)
        j=0;
        for i=1:2:rows(escolhidos)
            emparelhados(i,:)=escolhidos(i-j,:);
            emparelhados(i+1,:)=escolhidos(rows(escolhidos)-j,:);
            j=j+1;
        end
    end
endfunction
%-----
% CROSSOVER (acasalamento): (pega em cada par de pais e da origem a 2 novos cromossomas)
function filhos=crossover(pais,n_pop,tipo,metodo)
    n_filhos=0;
    i=k=1;
    [linhas,colunas]=size(pais);
    while n_filhos < n_pop-linhas
        if metodo==1 % OPCAO 1-> "Arithmetical Crossover"
            for j=1:colunas-1
                if strcmp(tipo(j,:), "real") % parâmetros reais
                    b=rand();
                    filhos(k,j)=b*pais(i,j)+(1-b)*pais(i+1,j);
                    filhos(k+1,j)=(1-b)*pais(i,j)+b*pais(i+1,j);
                else % parâmetros inteiros
                    b=rand();
                    filhos(k,j)=round(b*pais(i,j)+(1-b)*pais(i+1,j));
                    filhos(k+1,j)=round((1-b)*pais(i,j)+b*pais(i+1,j));
                end
            end
        end
        n_filhos=rows(filhos);
    end
end

```

```

    k=k+2;
    i=i+2;
    if i>linhas
        i=1;
    end
elseif metodo==2 % OPCA0 2-> "Intermediate Crossover"
    for j=1:colunas-1
        if strcmp(tipo(j,:), "real") % parâmetros reais
            filhos(k,j)=pais(i,j)+rand()*(pais(i+1,j)-pais(i,j));
            filhos(k+1,j)=pais(i,j)+rand()*(pais(i+1,j)-pais(i,j));
        else % parâmetros inteiros
            filhos(k,j)=round(pais(i,j)+rand()*(pais(i+1,j)-pais(i,j)));
            filhos(k+1,j)=round(pais(i,j)+rand()*(pais(i+1,j)-pais(i,j)));
        end
    end
    n_filhos=rows(filhos);
    k=k+2;
    i=i+2;
    if i>linhas
        i=1;
    end
end
endfunction
%-----
% MUTACAO: (altera um certo numero de variaveis para um valor aleatorio dentro dos limites dos
%          parametros e calcula a "fitness" desse novo cromossoma. Se o melhor cromossoma for
%          escolhido, escolhe-se outro -> elitismo)
function pop=mutacao(pop,taxa_mut,tipo,param_min,param_max,T_min,P_max,indice_melhor)
    [linhas,colunas]=size(pop);
    n_var_mut=round(linhas*(colunas-1)*taxa_mut);
    for i=1:n_var_mut
        do % elitismo:
            crom=ceil(rand()*linhas);
            param=ceil(rand()*(colunas-1));
            until crom!=indice_melhor

            if strcmp(tipo(param,:), "real") % parametros reais
                pop(crom,param)=(param_max(param)-param_min(param))*rand()+param_min(param);
            else % parametros inteiros
                pop(crom,param)=round((param_max(param)-param_min(param))*rand()+param_min(param));
            end

            pop(crom,:)=fitness(pop(crom,:),colunas-1,T_min,P_max);
        end
    end
endfunction

%===== ALGORITMO: =====
inicio=time;
printf("\nNumero de avaliacoes a efectuar = %d\nTempo estimado para acabar (1s por avaliacao) = %5.1f horas\n",...
n_pop+n_gen*(n_pop-n_keep+n_pop*n_param*taxa_mut), (n_pop+n_gen*(n_pop-n_keep+n_pop*n_param*taxa_mut))*1/60/60)
% constituicao da populacao inicial:
for i=1:n_param
    if strcmp(tipo(i,:), "real") % parametros reais
        pop_inicial(:,i)=(param_max(i)-param_min(i))*rand(n_pop,1)+param_min(i);
    end
end

```

```

else          % parametros inteiros
    pop_inicial(:,i)=round((param_max(i)-param_min(i))*rand(n_pop,1)+param_min(i));
end
end
disp("\nPopulacao inicial gerada...")

pop=fitness(pop_inicial,n_param,T_min,P_max); % calcula na ultima coluna a "fitness" de cada cromossoma
disp("...e avaliada!")

% ciclo de geracoes:
fid=fopen('ga_resultados.dat','a');
versao=version;
fprintf(fid,"# Resultados do Algoritmo Genetico (corrido em Octave %s)\n# Geracao | Parametro_1 | Parametro_2 | ... | Fitness | Media_Gera
disp("\n Inicio do ciclo de Geracoes...\n Progresso:")
for gen=1:n_gen
    printf("%3.1f%% ",gen/n_gen*100)
    pais=selecao(pop,n_keep,metodo_selec); % selecao dos cromossomas para o "mating"

    pais_epar=epar(pais,metodo_epar); % emparelhamento dos pais para o "mating"

    filhos=crossover(pais_epar,n_pop,tipo,metodo_cross); % "mating" dos pais
    filhos=fitness(filhos,n_param,T_min,P_max); % determinacao da "fitness" dos filhos

    % concatenacao dos pais com os filhos:
    pop_nova=pais;
    for i=1:rows(filhos)
        for j=1:n_param+1
            pop_nova(i+n_keep,j)=filhos(i,j);
        end
    end

    % mutacao de parte da populacao:
    [fit,indice]=min(pop_nova(:,n_param+1));
    pop=mutacao(pop_nova,taxa_mut,tipo,param_min,param_max,T_min,P_max,indice);

    % Determina o melhor e a media da geracao, e guarda no ficheiro ga_resultados.dat:
    [fit,indice]=min(pop(:,n_param+1));
    fprintf(fid,"\n%d ",gen);
    fprintf(fid,"%f %f ",pop(indice,:),mean(pop(:,n_param+1)));
end

disp("\n Calculos concluidos! \n")
fim=time;
horas=floor((fim-inicio)/60/60);
minutos=floor(((fim-inicio)/60/60-horas)*60);
segundos=round((((fim-inicio)/60/60-horas)*60-minutos)*60);
printf("\n0 codigo demorou %f horas a correr (%d horas %d minutos e %d segundos)\n",(fim-inicio)/60/60,horas,minutos,segundos);
fprintf(fid,"\n# 0 codigo demorou %f minutos a correr (%d horas %d minutos e %d segundos)",(fim-inicio)/60,horas,minutos,segundos);
fclose(fid);

%===== RESULTADOS: =====
disp("\nResultados Finais:\n")
for i=1:n_param
    printf("%s \t->\t%f \n",param(i,:),pop(indice,i))
end
end

```

```
printf("\nFitness Final = %f\n",pop(indice,n_param+1))
```

```
[PL,T,P,C_T,C_P]=f_BEMT(pop(indice,1),pop(indice,2),pop(indice,3),pop(indice,4),pop(indice,5),pop(indice,6),pop(indice,7),0.61,0,0.01);
```

```
printf("\nPL = %f\nThrust = %f\nPower = %f\nC_T = %f\nC_P = %f\n",PL,T,P,C_T,C_P)
```

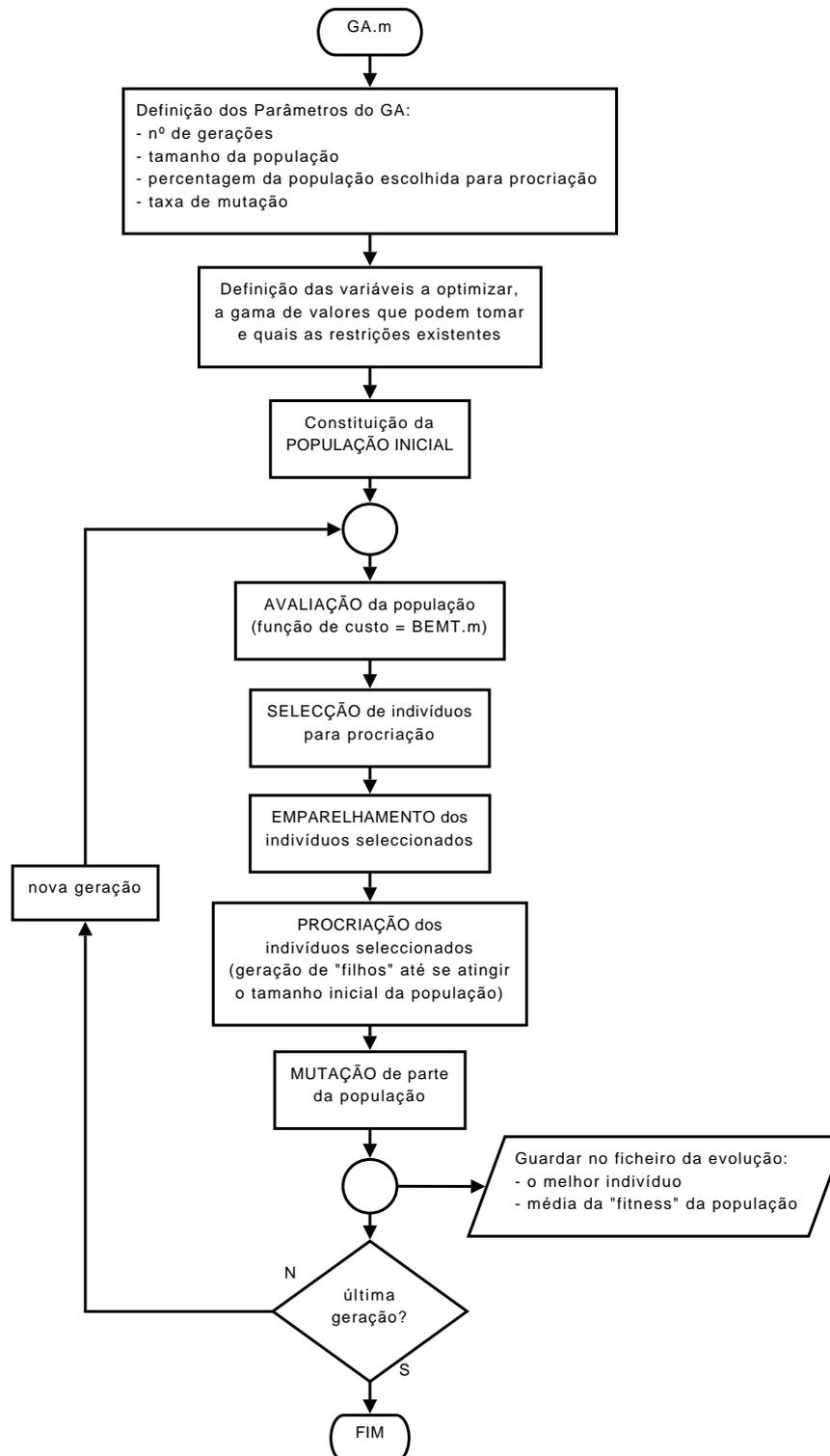


Figura E.1: Fluxograma do código GA.m