

材料の弾塑性特性を教室で体験的に学習するためのキットの開発

Developing a Kit for Experiential Understanding of Elastic and Plastic Properties of Materials in Class

アブストラクト

製品のデザインや製造に関係する工学分野では、材料の弾塑性特性に対する知識が求められる。その本質的な理解のためには、この特性を数値としてだけではなく、体験的に把握しておくことが望ましい。過去の知見により、ヤング率と降伏応力の比が、長尺物や薄板などの塑性加工で生じるスプリングバック現象に関係することが明らかとなっている。そこで、この現象を用いることにより、教室で利用できる弾塑性特性の体験的学習用キットの開発を試みた。キットは、異なる材料の金属線、および2種類の曲げテンプレートから構成されている。学生は金属線をテンプレート上で曲げ、そして直後に除荷することによってスプリングバック現象を体験することができる。さらに、スプリングバック前後の曲げの曲率半径を記録し、この値を理論値と比較することで、現象を深く理解することが可能となる。本稿では、スプリングバックの理論、Ashbyチャートによる金属線材料の弾塑性特性の検討、キットを用いた実験、そして実験と理論の比較について述べる。

1. はじめに

材料の弾塑性特性は、製品のデザインや製造プロセスの運用において必須の量である。ヤング率 E と降伏応力 σ_Y はそれぞれ材料の弾性と塑性の特性を代表する量であり、ばね、弾性ヒンジやシールなどの設計や材料選定で重要な役割を果たしている [1]。したがって、古くからこれらの特性は様々な材料に対して専用の試験機によって測定され、データブックやデータベースの形態として維持管理されてきた。その内容を本質的に理解するには理論面での知識が不可欠であるが、一方でこの分野の入門段階のために体験的な学習法の存在が求められてきた。

材料の弾塑性特性は、棒や板などの長尺物の曲げ性能に大きく寄与することが知られている。このような対象物を弾性あるいは弾塑性状態まで曲げて除荷すると、ばねにおいて発生するのと同様の弾性戻りが生じる。この戻り現象を塑性加工の分野では“スプリングバック”と呼んでいる。

スプリングバック現象を利用した弾塑性特性の体験的学習法については、ArimotoとNarahara [2]による報告がある。この学習法では、直線矯正加工した金属線を円錐状の心棒(メガホンを流用)に巻き付ける。除荷によるスプリングバックの後、金属線に永久変形が生じた場合にはそのコイル直径から素材の σ_Y を推定できることが確認されている。一方、外径が3.99から19.98 mmの範囲にある7種の異なる直径の心棒を用意し、そこに金属線を巻きつけて除荷した際のスプリングバック現象を体験させる。そして、そのコイル径をノギスで測定し、スプリングバックの前後におけるコイル径の変化から、素材の σ_Y/E を求めることが可能であることを確認した。

上述の方法では容積の大きな心棒やノギスが必要であるため、教室で学生一人一人がこの方法を利用するのは困難であった。そこで、筆者らは同様の体験的学習法が簡便に実施できるよう、カード状の金属線曲げテンプレートを考案した。学生はテンプレートカード上に描かれた円弧に沿わせて金属線を指で曲げ、その指を放すことで金属線に生じるスプリングバック現象を観察する。この間、指を介して金属線に加える曲げモーメントの量および複数の条件下で生じる固有のスプリングバック現象

が、実体験として記憶されることになる。さらには、曲げの曲率半径の変化を記録して理論計算値と比較することにより、現象をより深く理解することが可能となる。なお、金属線を細い心棒にコイル状に巻きつける手法については、ノギスによる測定を省略して簡便化することにより、円柱型テンプレートによる体験的学習法として位置付けた。

本報告では、まず、スプリングバックとその理論について概観する。続いて、CES EduPack[3]の材料データを用いた金属線の弾塑性特性の推定、カード型テンプレートによる実験、その結果と理論値との比較、そして円柱型テンプレートによる実験とその結果について述べる。

2. スプリングバック現象とその理論

塑性加工中の部品の形状は、もしそれがプロセス中において弾性状態が維持されるならば、除荷後にはばねと同様のふるまいによって初期形状に復帰する。一方、部分的にでもそこに塑性変形が生じた場合には元の状態には戻らない。なお、除荷による復帰の過程は、何も制御しなければばねと同様の瞬間的な現象であるので、スプリングバックという呼称が用いられている。塑性加工の分野では、塑性変形を含む部品を除荷後に目標の形状にできるだけ近付けること、あるいはその最終形状を予測することが要求されており、この目的のためにスプリングバック現象に関する研究が継続している[4,5]。

2.1 Wöhlerによる4点曲げ試験

スプリングバック現象に関連して、1800年代半ばにWöhlerが実施した研究が知られておる。これは長方形断面の鋼棒試験片にを用いた4点曲げ試験であり、材料の弾性限度を調べるために行われた[6]。Timoshenko [7]はWöhlerの試験装置の概念図をFig. 1に示すように描き、この装置では“試料mnのab部分は純粋曲げを受けており、そのたわみの正確な測定から、ヤング率 E と恒久的な変形の開始する負荷が決定された”と解説している。

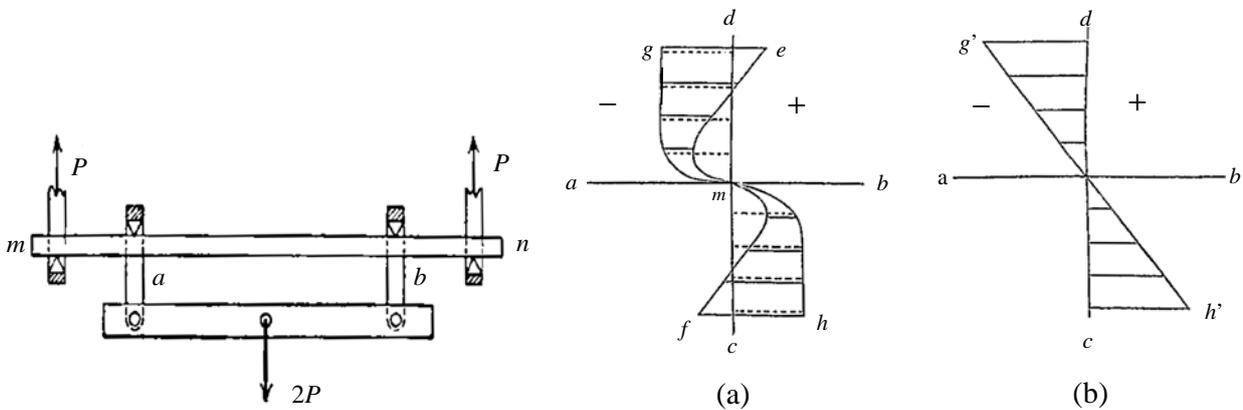


Figure 1 Wöhler's apparatus for static bending Figure 2 Schematic representation of stress distribution in beam (a) Residual stress and (b) stress at maximum loading

Wöhler [6]は、除荷後のはりに生じると考えられる残留応力の分布を図式的に得ている。そのために、まず、永久たわみを引き起こす荷重条件の下での応力分布曲線としてFig. 2(a)のラインgmhを描いている。この図において、h側は引張応力、一方、反対のg側は圧縮応力の領域である。そして、ラインemfは残留応力分布であり、これはラインgmhの荷重状態からの除荷によって生成したものであると説明している。また、ラインemflは、ラインgmhからFig. 2(b)に示す線形応力分布g'h'を差し引くことによって得られるとの記述がある。このラインg'h'については、完全な弾性体はりにおけるgmh状態に対応す

る応力分布であると記されている。なお、Wöhlerの試験装置では、除荷過程を緩やかにするための工夫がなされている。

2.2 スプリングバックの発生メカニズム

Wöhlerによる Fig. 2 を用いたスプリングバック後の残留応力発生メカニズムに関する説明は、以下で述べる弾塑性曲げ現象についての理論を知ることによって理解が容易となる。さて、弾塑性曲げでは、はりに弾性ひずみ ε^E だけでなく塑性ひずみ ε^P が発生する。このような場合には、弾性ひずみと塑性ひずみの和を全ひずみ ε に関係づけた式

$$\varepsilon = \varepsilon^E + \varepsilon^P \quad (1)$$

を利用することになる。

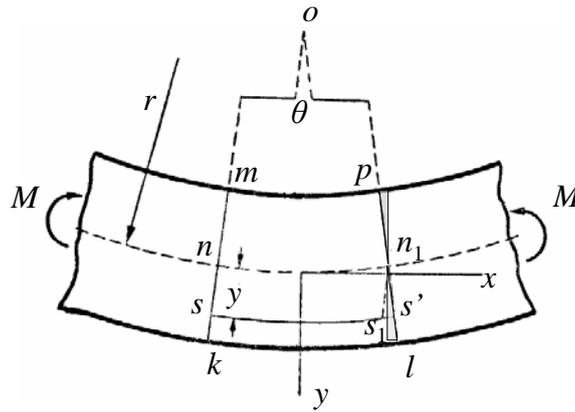


Figure 3 Elastic-plastic bending beam

長方形断面の弾性はりモーメント荷重のみで曲げられている状態(純曲げ)では、その形状は Fig. 3 に示すように円弧に一致する[8]。中立軸に沿った繊維 nm_1 では、その長さは曲げの前後で変化しない。一方、中立軸からの距離 y に位置する繊維では、初期長さ s_{s1} が $s's_1$ だけ伸びて ss' となる。弾性はりでは距離 y での繊維の弾性ひずみの x 成分 ε_x^E は $s's_1/nm_1$ であり、これは $y/r (=y\theta/r\theta)$ に等しい。ここで、 r は中立軸に沿う円弧の曲率半径である。以上の関係と Hooke の法則より、はり断面の距離 y における x 方向の応力成分 σ_x は、次式に示すように y と r に関係付けられる。

$$\sigma_x = E\varepsilon_x^E = E \frac{y}{r} \quad (2)$$

Fig. 3 に示す純曲げはりの断面において、中立軸から距離 y の位置にある繊維の断面積が dA であるとする。弾性曲げの状態ではこの dA に式(2)の σ_x が生じるので、そこに発生する力は $\sigma_x dA$ となる。この力 $\sigma_x dA$ に距離 y を乗じた $y\sigma_x dA$ を dM とする。 dM を全断面で積分すると、この状態でのはりの曲げモーメント M が求められる。ここで、 $dM=y\sigma_x dA$ に含まれる σ_x に式(2)を適用すると $dM=(E/r) y^2 dA$ となる。そして、 dM をはりの全断面で積分すると $M=(E/r) \int y^2 dA$ の関係が得られる。さらに、この M の関係式からは、円弧の曲率(曲率半径 r の逆数)を求める式

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI_z} \quad (3)$$

が得られる。上式では、断面2次モーメント $I_z (= \int y^2 dA)$ に関する置き換えを行った。

モーメントを増加させると、はり断面の最外層の繊維が塑性域に入り、そこには塑性ひずみが生じる。そして、今後は式(1)に示した全ひずみの関係式に基づく議論が必要となる。この場合、たとえば、Fig. 4に示すはり断面における長手方向の弾性ひずみ、塑性ひずみおよび全ひずみの分布状態の模式図を用いると便利である。この図では、はりの曲げ過程が、(a)弾性域、(b)スプリングバック前、そして(c)スプリングバック後に分けられている。ここでははり材料を弾完全塑性体と仮定しているため、降伏後の断面での応力は一定値となる。

まず、弾性曲げの状態では塑性ひずみが生じていないので、Fig. 4(a)に示すように弾性ひずみと全ひずみの分布は一致する。全ひずみの分布形状 $p'l$ は、Fig. 3のはり断面の変形状態 pl を暗示させるものである。

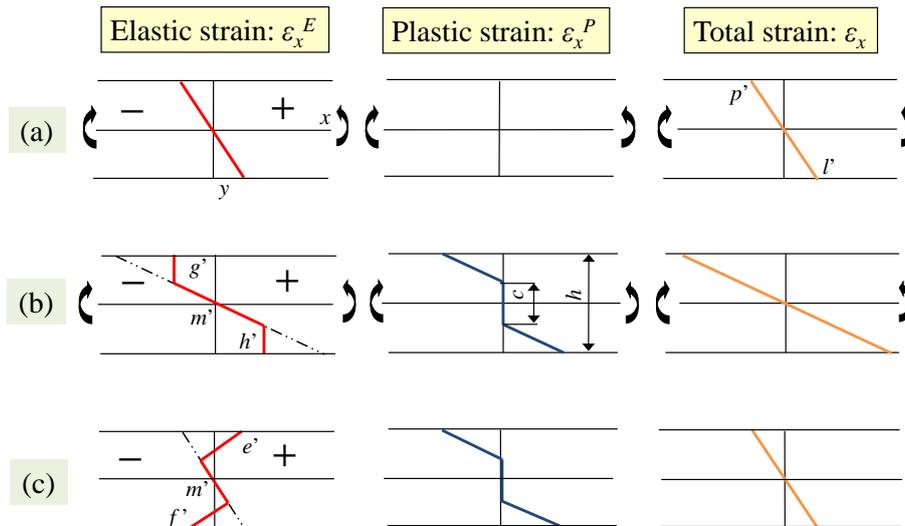


Figure 4 Distribution of various strains in bending beam
(a) Elastic state (b) Before springback (c) After springback

荷重をさらに増加させると、塑性領域が最外層の繊維からはりの内側の繊維に対して拡大する。ここでは、スプリングバックの前には、各種ひずみの分布がFig. 4(b)に示す状態に達しているとする。はりの内部は弾性域でその範囲は c であり、その外側は塑性域でそこには塑性ひずみが生じている。弾塑性はりの曲がり形状はFig. 3と同様に円弧状であるが、全ひずみの分布の y 軸に対する勾配は、Fig. 4(a)の弾性状態に比べて増加する。これは、範囲 c における弾性ひずみ分布の勾配が増加し、さらにその外側の塑性域に塑性ひずみが発生することによって引き起こされる。弾性ひずみ分布形状 $g'm'h'$ はFig. 2(a)のWöhlerの応力分布形状における gmh に対応する。

スプリングバック前の状態では曲げの曲率半径が r_{bsb} であるとする。弾性域の範囲 c では、すでに述べたように中立軸からの距離 y の位置にある繊維の弾性ひずみが y/r_{bsb} となる。弾性域での応力は、この弾性ひずみにヤング率を乗じることによって求めることができる。一方、塑性領域の応力は弾完全塑性体モデルを用いているため降伏応力 σ_Y の一定値である。断面に生じる上記の応力分布に基づき、微小断面 dA でのモーメント $\sigma_y y dA$ を面積分することにより、スプリングバック前の状態(弾性領域範囲が c)の曲げモーメント M_c を求めることができる。

Fig. 4(b)の曲げ状態でモーメント荷重を除去すると、はりにはスプリングバック現象が生じる。そして、はりの最終形状は元の直線ではなく、曲がりが生じた状態となる。その状態におけるはり断面での各種ひずみの分布は、Fig. 4(c)のように模式的に示すことができる。この場合、 y 軸に対する全ひずみの分布の勾配はFig. 4(b)に比べて小さくなる。塑性ひずみ分布に関しては、除荷の過程で塑性現象が

発生しないと仮定すれば、Fig. 4(b)のままの状態がFig. 4(c)にもたらされることになる。そして、弾性ひずみは、この塑性ひずみ分布が存在し、同時に全ひずみ分布が線形で小勾配であるという条件に基づいて発生する。除荷後の弾性ひずみ分布には、さらに、残留応力分布が断面で釣り合い、同時に曲げモーメントの発生がないという条件が課せられる。Fig. 4(c)に描かれた弾性ひずみ分布 $e'm'f$ の形状は、Fig. 2(a)に示すWöhlerの残留応力分布 $emfl$ に対応していることを指摘しておく。

スプリングバック後の曲げ状態は、 M_c と反対の符号を持つモーメントをスプリングバック前の状態のほりに負荷することで簡便に予測することができる。このスプリングバックの過程では、はりは弾性状態を維持するものと仮定する。したがって、スプリングバック中の曲率の変化は、弾性範囲内で成立つ式(3)に基づいて得られる。すなわち、スプリングバック前後のほりの曲率半径 r_{asb} および r_{bsb} の逆数が、以下の式によって関係付けられることになる。

$$\frac{1}{r_{asb}} = \frac{1}{r_{bsb}} - \frac{M_c}{EI_z} \quad (4)$$

2.3 コイルばねのスプリングバック

コイルばねの製造には、心棒に金属線を巻き付けるという伝統手法が現在においても一部で用いられている。このプロセスにおいても除荷時にはスプリングバック現象が生じる。スプリングバック前の巻き付け状態では、コイルの内径 D_{lbsb} は心棒の直径 D に等しく、したがってコイルの曲率半径は $(D_{lbsb}+d)/2$ となる。ここに d は金属線の直径である。一方、スプリングバック後にコイル外径 D_{Oasb} を測定すれば、この状態でのコイルの曲率半径 r_{asb} は $(D_{Oasb}-d)/2$ の関係によって求められる。

Sachs [5]は、金属線の巻き付け状態で生じる応力-ひずみの分布が、はりの純曲げ状態におけるものと類似することを指摘した。この類似性に基づき、Gardiner [9]はコイルばねのスプリングバックに関する定式を上述したはりの純曲げ理論から導出した。すなわち、材料に弾完全塑性モデルが適用できると仮定すると、スプリングバック前後のコイルの曲率半径の変化が

$$\Delta r = r_{asb} - r_{bsb} = r_{bsb} \left(\frac{2A}{\pi - 2A} \right) \quad (5)$$

で得られる。ここで A は

$$A = \sin^{-1} 2K + \frac{2}{3} K \sqrt{1-4K^2} (5-8K^2) \quad (6)$$

として表される。そして、 K は材料の降伏応力とヤング率の比 (σ_Y/E) を含んだ次式のパラメータである。

$$K = \frac{r_{bsb}}{d} \frac{\sigma_Y}{E}. \quad (7)$$

Gardiner と Carlson [10]はコイルばねのスプリングバックに対する実験的研究を実施しており、その結果は丸の内らによるプリングバックに関する報告書[11]においても紹介されている。

3. 弾塑性特性の体験的学習のためのキットの開発

スプリングバック現象を用いて、弾塑性特性を体験的に学習するためのキットが開発された。以下ではそのキットに含まれる金属線とその特性、それを曲げるためのテンプレート、さらには実験の手順と結果について述べる。

3.1 実験で用いる金属線の弾塑性特性の確認

弾塑性特性の体験的学習用キットには、Table 1に示すように、材質と直径が異なる直線矯正加工済みの金属線が含まれている。銅、真ちゅうおよびオーステナイトステンレス鋼線は、DIY (Do It Yourself)のための素材(300mm長さで2本または3本の組)をMISUMI-VONA(<http://jp.misumi-ec.com/>)から購入した(光モール：ホビーメタル線：<http://www.h-mol.co.jp/product/item.php?pid=4&mid=34>)。

上記の金属線材については、Table 1に示すようにJISコードが明確にされている。しかし、直線矯正の方法を含む製造プロセスや化学組成に関する情報は明らかにされていない。そこで、以下に述べるようにCES EduPack [3]を使用してヤング率と降伏応力を確認した。Table 1には、CES EduPackのデータから推定したヤング率の値を記している。

Table 1 Materials and diameters of Wires

| Materials | JIS Code | Diameters, mm | Length, mm | E , GPa (from CES EduPack) | σ_Y , MPa (predicted by the template card) |
|-----------------|----------|------------------|------------|------------------------------|---|
| Copper | C-1100 | 0.48, 0.68 | 150 | 127.5 | 200 |
| Brass | C-2700 | 0.48, 0.68 | 150 | 100.0 | 400 |
| Stainless steel | SUS304 | 0.28, 0.48, 0.68 | 150 | 196.5 | 1000 |

JIS合金コードC-1100の銅(UNS No. C10100相当)は“タフピッチ銅”と呼ばれるもので、高い導電率と熱伝導率を有している。CES EduPack(レベル3)の“stage”機能を用いると、99-100%の銅合金だけをFig. 5に示す着色したバブルとして表すことができる。Fig. 5はAshbyチャートと呼ばれるもので、このケースでは材料の E - σ_Y の関係を示している。このチャートにより、C10100とC10500の規格の銅にはソフトとハードのクラスがあり、それぞれにおける σ_Y 値は大きく異なることが明らかにされた。一方、ヤング率の変化幅は小さく、その平均値として127.5 GPaを得ることができた。

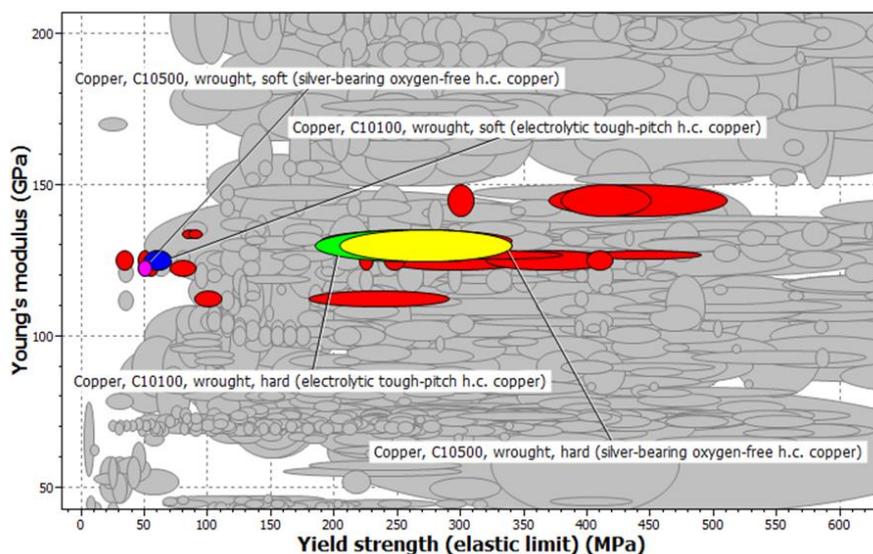


Figure 5 Ashby's chart on E - σ_Y for copper alloys

同様に、真ちゅうに対しては、Fig. 6に示すように E - σ_Y に関するAshbyチャートを作成することができる。この図では、JIS合金コードC2700(銅65%および亜鉛35%)に近いUNS No. C26800の真ちゅうが、ラベル機能によって識別されている。C26800にはソフトとハードのクラスがあるので、 σ_Y の値には大きな差が生じる。一方、ヤング率についてはその変化は小さく、平均値として100 GPaを得た。

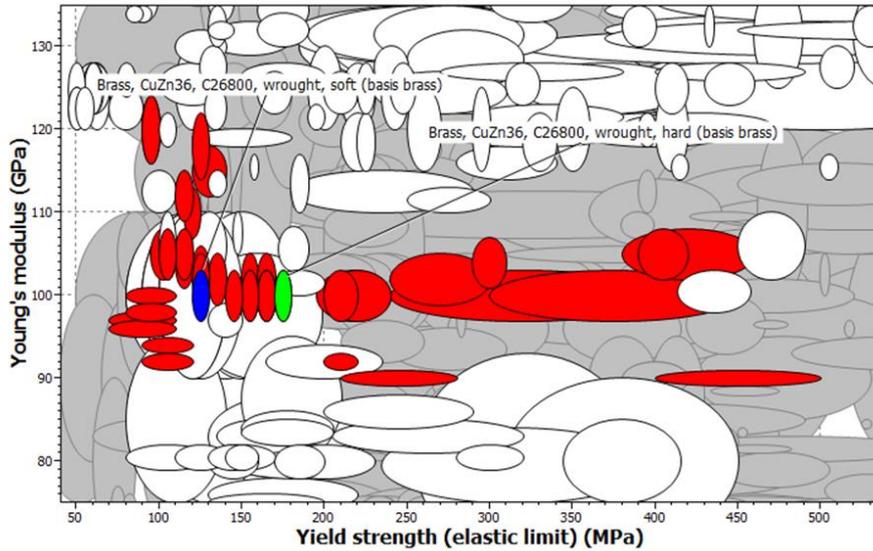


Figure 6 Ashby's chart on $E-\sigma_Y$ for brass

17~19%のCrおよび7~9%のNiを含むオーステナイト系ステンレス鋼に対し、同様に $E-\sigma_Y$ に関するAshbyチャートを作成したが、ここではその掲載を割愛する[注A].

3.2 カード型テンプレートによる実験とその結果

ArimotoとNarahara [2]のスプリングバック現象を利用した弾塑性特性の体験的学習法では、金属線を円錐状の心棒(メガホンを用)と金属製の心棒(外径が3.99から19.98 mm)に巻きつけた。この方法では大型の心棒やノギスが必要となるため、教室で学生一人一人が利用するには適切ではなかった。そこで、同様の体験的学習法が簡便に実施できるよう、Fig. 7に示すカード状の金属線曲げテンプレート(はがきサイズ)を考案した。

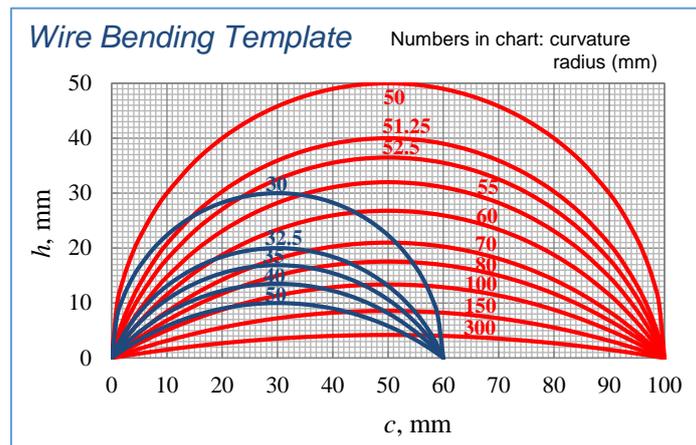


Figure 7 Wire bending template

カード型テンプレートに含まれる複数の円弧(arc)は、Fig. 8 に示す扇形(sector)での幾何学的関係を用いて描いた。すなわち、弦(chord) c 、矢(sagitta) h 、扇型の半径 r の間には

$$c = 2\sqrt{h(2r - h)}, \quad (8)$$

で表される関係がある[12]. 矢 h と扇型の半径 r (曲率半径)については, その関係を Fig. 9 に示すようにグラフ化することができる. このグラフを用いれば, Fig. 7 に示したテンプレート中の円弧の隙間での r を, h に対する読みから推定することが可能となる.

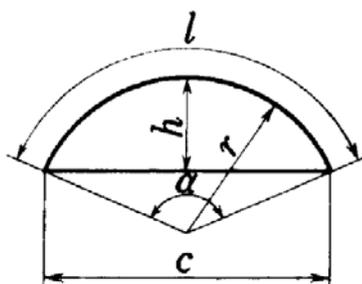


Figure 8 Geometry of a sector

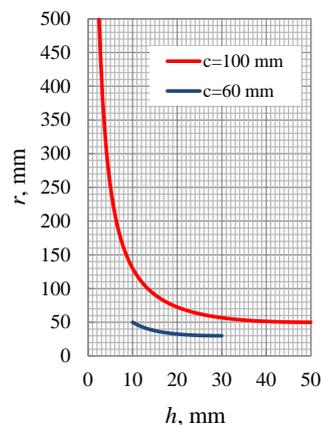


Figure 9 Chart on h - r

テンプレートの使用方法を明らかにするため, Fig. 10には真ちゅう線(直径0.48mm)をカード上で曲げている状況を撮影した写真を示す. この状況では, カードに置かれた金属線はその端を両手の指で押され, そして曲げモーメントが指から負荷されることにより円弧に沿って曲げられる. この写真の場合, 曲げの曲率半径は51.25 mmである. 実験においては, スプリングバック前の曲げの曲率半径 r_{bsb} (before spring back)とスプリングバック後の曲率半径 r_{asb} (after spring back)を記録する.

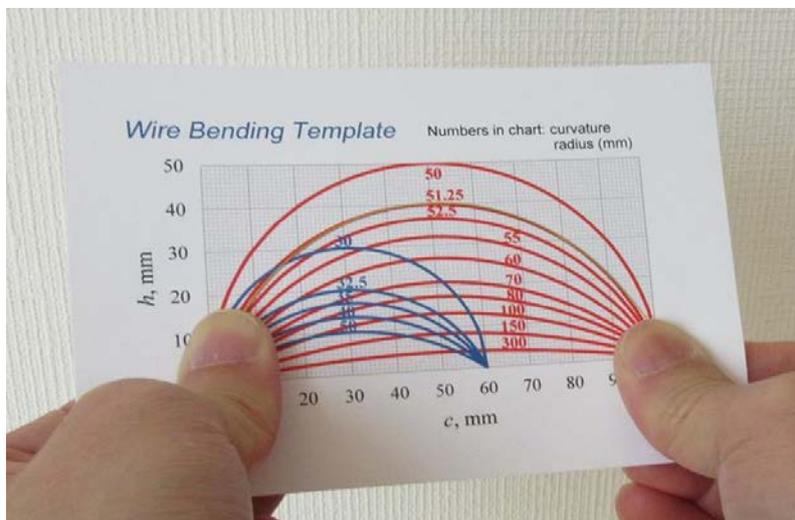


Figure 10 Bending process of brass wire by template

(実験動画: <https://www.youtube.com/watch?v=DaY47lKdgl>)

真ちゅう線(直径0.48mm)を用いた場合, 曲率半径 r_{bsb} が70mmの曲げでは, そのスプリングバック後には永久変形は生じなかった. 一方, r_{bsb} が60mmの曲げを与えると曲がりが残留することが確認できた. ここでは, 曲率半径 r_{bsb} が60mmで真ちゅう線の表面が塑性した仮定して, その場合の降伏応力を推定する. すなわち, 真ちゅう線の外表面の応力は式(2)から得られるので, $y=0.24\text{mm}$, $r=60\text{mm}$, ヤング率 E を100 GPaとすれば, σ_Y として400 MPaが得られる.

同じ直径0.48 mmの銅とSUS304に関してもTable 1に示したヤング率を用い、式(2)の関係からスプリングバック前の曲率半径 r_{bsb} に対する σ_Y を得ることができる。このようにして得られた σ_Y をTable 1に記している。以上のような r_{bsb} と σ_Y の関係は、三種の金属線(直径0.48mm)の場合、Fig 11に示すようにグラフ化することができる。

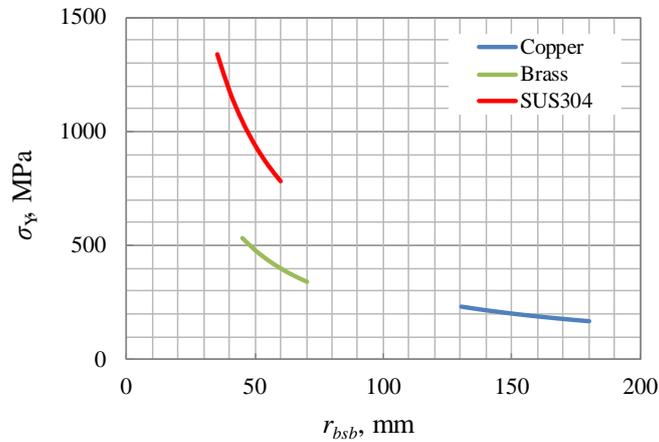


Figure 11 Chart on $r_{bsb} - \sigma_Y$ (0.48mm dia. wires)

この体験的学習法の開発の際には、3種の金属の線に対し、スプリングバック前の曲げの曲率半径 r_{bsb} に異なる条件を与え、スプリングバック後に生じた曲がりの曲率半径 r_{asb} を記録した。そして、試験条件の異なるケースには新規の金属線を用い、それらをすべて保存した。たとえば、Fig. 12には、直径0.48 mmの銅と真ちゅうの線の全試験ケースにおける試験後の曲がり状態を示す。この写真からは、 r_{bsb} が小さくなるにしたがって試験後の曲がりが顕著になることがわかる。

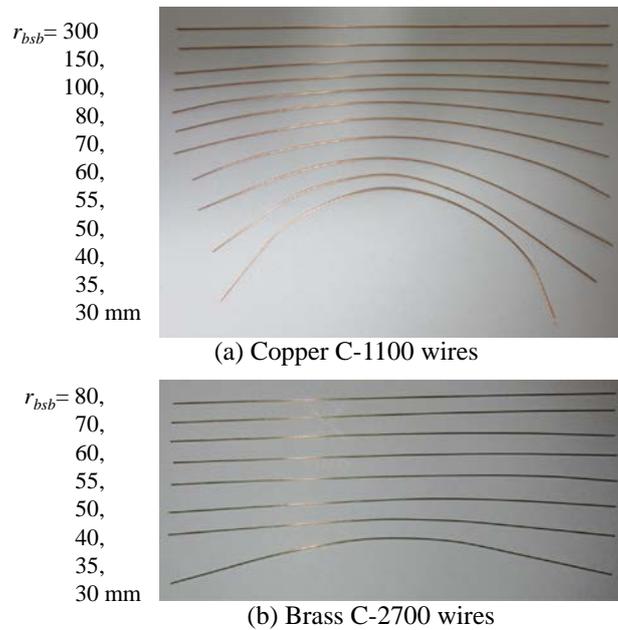


Figure 12 Copper and brass bent wires (0.48 mm dia.)

スプリングバックの前後での曲げの曲率半径 r_{bsb} と r_{asb} のデータを、Fig. 13に示すようにマーカーで表

示した。図中の曲線は、Gradinerが導出した式(5)に基づいて描いたものである。その際に用いたヤング率 E と降伏応力 σ_Y の値を図中に示している。Gradinerの式は単純な仮定から得られたものであるが、その傾向は試験結果と一致していることを確認することができる。

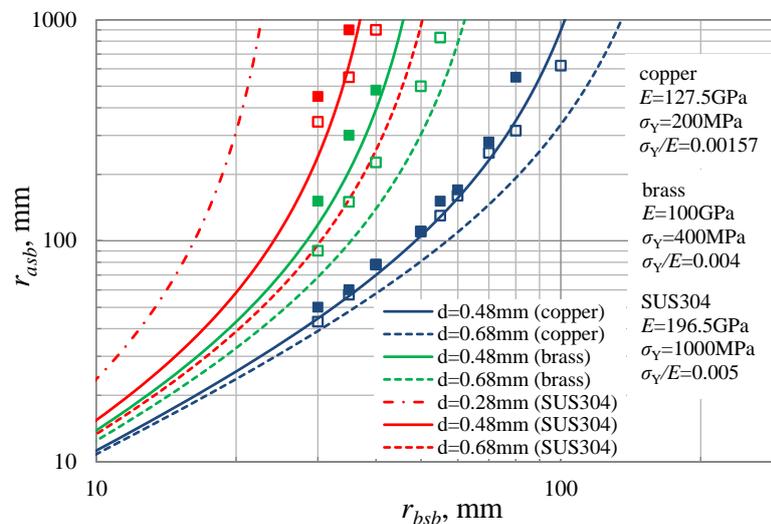


Figure 13 Relation on r_{bsb} and r_{asb} in the different wires

今回の実験では、個々の曲げ条件に対し、それぞれに新規の金属線を用いた。しかし、一本の金属線を用いて段階的に曲げの曲率半径を下げていくことによって、同様のスプリングバック現象の発生を確認できた。したがって、単に体験的学習用としてこの実験を実施する際には、一本の金属線による段階的な曲げ試験でもその目的を達成できるものと考えられる。

3.3 円柱型テンプレートによる実験とその結果

すでに述べたように、コイルばねの製造方法として円柱心棒への巻き付け法が現在でも使用されている。そこで、この過程を単純化した実験を設定し、前述の体験的学習法を補完することにした。

円柱心棒には入手が容易なPOM(ポリオキシメチレン)の丸棒(長さ100mm, 直径4.9および9.9 mm : MISUMI-VONA)を用い、これを円柱型テンプレートと呼ぶことにした。金属線についてはカード型テンプレート法と同じ材質のものを用いる。たとえば、Fig. 14には真ちゅう線を手巻きする様子を示している。

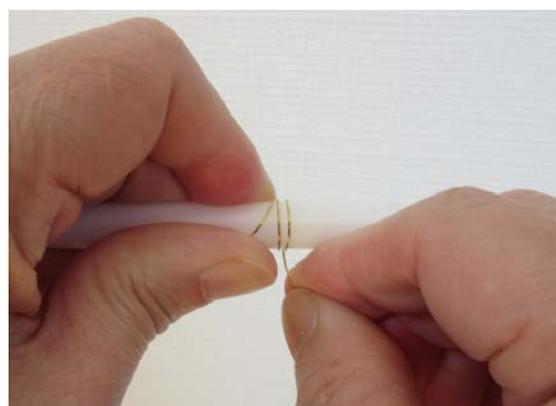


Figure 14 Winding process of brass wire

銅，真ちゅうおよびステンレス鋼で異なる直径 d (0.48と0.68 mm， SUS304のみ0.28 mmを追加)の14本の金属線を2種類の径 D (4.9および9.9 mm)の心棒に巻き付ける．手を放して除荷すると，スプリングバック後にはFig. 15に示すコアの形状が出現した．たとえば，ステンレス鋼で $d=0.28\text{mm}$ 径の線では，心棒の外径によってコイル最終形状に顕著な差が生じた．ノギスのような測定器を用意してスプリングバック後のコイル外径を計測すれば，Gradinerの式(5)による理論解との比較が可能となる．しかし，単に条件の違いによるスプリングバック現象の違いを体験するだけでも，この実験には意味があるものとする．

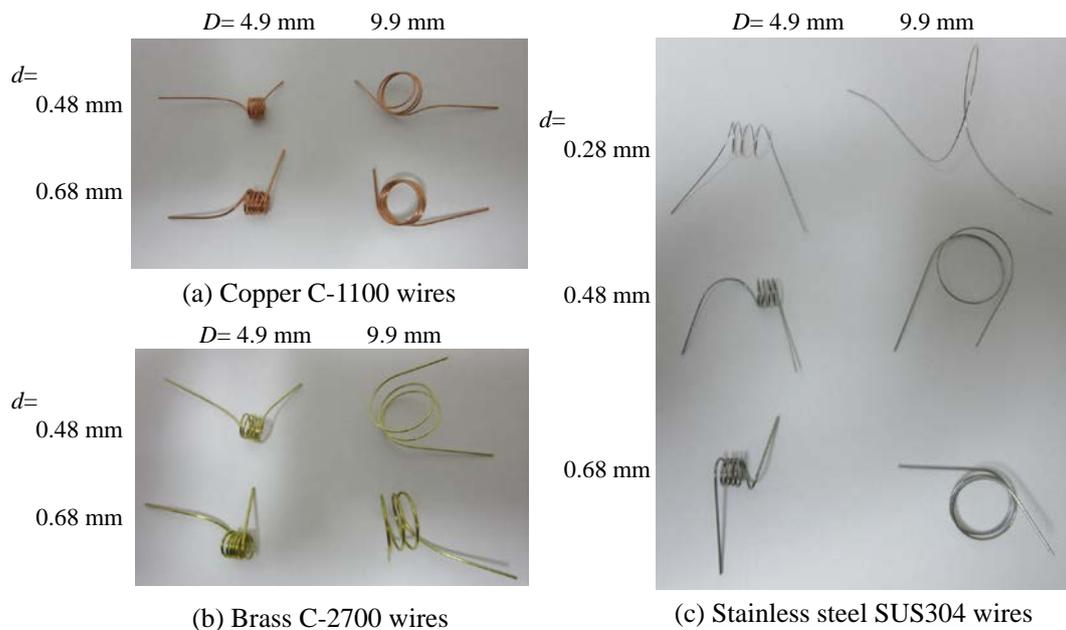


Figure 15 Outline of wound wires on two different arbors

4. まとめ

DIY目的のため，直線矯正加工された金属線が安価で流通している．金属線の材質は限定されるが，これらを使用することにより，教室内で学生一人一人が材料の弾塑性特性を体験的に学習するためのキットを開発した．金属線の化学組成および製造方法に関する情報は不完全であったが，CES EduPackによってそれを補うことができた．このキットを使用することでスプリングバック現象の体験が簡便で，しかも安全に体験できる．さらに得られた結果を理論と比較することにより，その挙動にはヤング率と降伏応力が寄与することに対する理解が可能となる．この体験的学習法が，材料とその力学的挙動に対するより深い学習へのモチベーション向上に寄与することを願っている．

参考文献

- [1] Ashby, M. F., 2016, “Materials Selection in Mechanical Design”, 5 th Ed., Elsevier. (第1版の翻訳：金子純一，大塚 正久，1997, “機械設計のための材料選定”，内田老鶴圃)
- [2] Arimoto, K. and Narahara, H., 2016, “Development of method for obtaining experiential understanding of elastic and plastic properties of materials using hand coil-winding operation”, 2nd Asian Materials Education Symposium, National University of Singapore, Dec 8-9, 2016

- [3] <https://grantadesign.com/education/ces-edupack/>
- [4] Yu T. X. and Zhang L. C., 1996, “Plastic Bending: Theory and Applications”, Series on Engineering Mechanics, Vol. 2, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore.
- [5] Sachs, G., 1951, “Principles and Methods of Sheet-Metal Fabricating”, Book Division, Reinhold Pub. Corp. (Second Edition Revised and Enlarged by Voegeli, H. E. in 1966)
- [6] Wöhler, W., 1860, “Versuche zur Ermittlung der auf die Eisenbahnwagen-Achsen einwirkenden Kräfte und der Widerstandsfähigkeit der Wagen-Achsen”, Zeitschrift für Bauwesen, 10, p. 583-616.
https://digital.zlb.de/viewer/image/15239363_1860/332/
- [7] Timoshenko, S. P., 1983, “History of Strength of Materials”, Dover Publications, Inc., New York, (originally published by McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1953). (最上武雄監訳, 川口昌宏訳, “材料力学史”, 鹿島出版会(1974))
- [8] Timoshenko, S., 1955, “Strength of Materials; Part 1”, D. Van Nostrand Co., Inc., New York (鶴戸口英善, 国尾武訳: “材料力学 (上)”, 東京図書(1957))
- [9] Gardiner, F. J., 1957, “The Springback of Metals,” Trans. ASME, Vol. 79, pp. 1-9.
- [10] Gardiner, F. J. and Carlson, H. C. R., 1958, “The Spring Back of Coil Springs”, Mechanical Engineering, Vol. 80, pp. 74-76.
- [11] 丸ノ内 徳栄, 木幡 栄, 折原 進, 1973, “コイルばね製造の際のスプリングバック”, ばね論文集, Vol. 1973(18), pp. 12-21. <https://doi.org/10.5346/trbane.1973.12>
- [12] 日本機械学会, 1990, “機械実用便覧” および [https://en.wikipedia.org/wiki/Sagitta_\(geometry\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Sagitta_(geometry))

注記

[A]

本文では割愛したが，ここでは，オーステナイト系ステンレス鋼に対して作成した $E-\sigma_Y$ に関する Ashby チャートを Fig. A として示す．このチャートにより，AISI 304 規格のステンレス鋼には複数のハードのクラスがあり，そのことでそれぞれの σ_Y 値は大きく異なることがわかる．一方，ヤング率の変化幅は小さく，その平均値として Table 1 に示した 196.5 GPa を得ることができた．

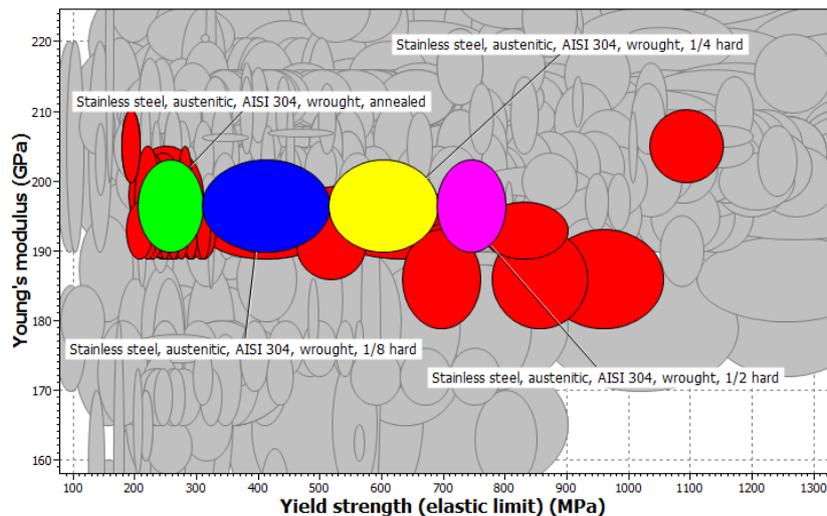


Figure A Ashby's chart on $E-\sigma_Y$ for austenitic stainless steel