

Serie estoy-aprendiendo

Matemática

Básica 2

Números enteros

Elaborado para estudiantes de
High School Equivalency (HSE) en español
como complemento del website *estoy-aprendiendo*

José M. Fernández, MSc.

Contenido

2.1 NÚMEROS ENTEROS	3
2.2 VALOR ABSOLUTO DE UN NÚMERO ENTERO	4
NÚMEROS OPUESTOS	4
NÚMEROS RECÍPROCOS O INVERSOS	5
2.3 NÚMEROS ENTEROS EN LA RECTA NUMÉRICA	5
ORDEN EN LOS NÚMEROS ENTEROS	6
CRITERIOS DE ORDENAMIENTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS.....	6
2.5 SUMA DE LOS NÚMEROS ENTEROS	7
REGLA DE LOS SIGNOS (SUMA/RESTA)	7
PROPIEDADES DE LA SUMA DE NÚMEROS ENTEROS	7
2.6 RESTA DE NÚMEROS ENTEROS	8
2.7 MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS	8
REGLA DE LOS SIGNOS (MULTIPLICACIÓN/DIVISIÓN).....	8
PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS	9
2.8 DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS	9
PROPIEDADES DE LA DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS	10
2.9 ORDEN (JERARQUÍA) DE LAS OPERACIONES	10

2. 1 Números enteros

Los **números naturales** no fueron suficientes para que los matemáticos representaran algunas cantidades, ni para distinguir ciertas situaciones de otras. Algunas operaciones, como la resta y la división, no son operaciones internas en el conjunto de los números naturales (N), ya que el resultado de restar o dividir dos números naturales no siempre da un número natural. Con los números naturales no era posible realizar diferencias cuando el minuendo era menor que el que el sustraendo¹, pero en la vida real nos encontramos con operaciones de este tipo en las cuales a un número menor hay que restarle un número mayor.

El conjunto de los **números enteros**, que denotaremos por **Z** (*inicial de zahlen, que en alemán significa número*), surge al añadir al conjunto de los números naturales el 0 y todos los números que aparecen al cambiar el signo a los naturales, es decir, sus opuestos.

$$\mathbf{Z} = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3 \dots \}$$

Los enteros negativos se leen anteponiendo la palabra “menos” o “negativo”, por ejemplo -10 se lee menos diez o negativo diez, -15 se lee menos quince o negativo quince, etc. Los números negativos **son menores que cero y que todos los números positivos**.

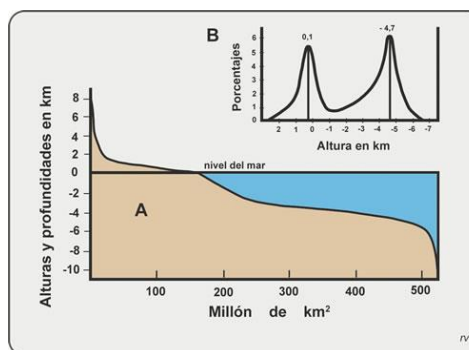
Para denotar la diferencia entre números positivos y números negativos, se escribe un signo delante de ellos: “más” (+) delante de los positivos (+1, +5...) y “menos” (-) delante de los negativos (-1, -5...).

Cuando a un número NO le antecede un signo, se asume que es positivo (5, 6, 90... son números positivos)

Ejemplo del uso de los números enteros:



La necesidad de representar las temperaturas bajo cero



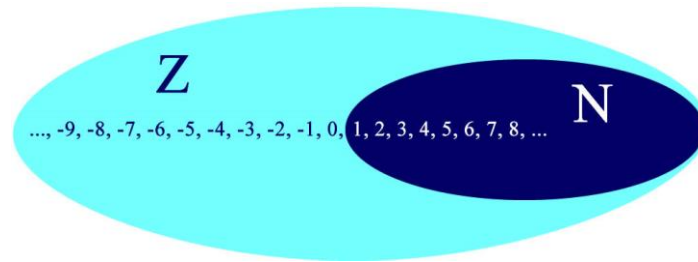
Representar las profundidades con respecto al nivel del mar

Los números enteros están compuestos por los números naturales (enteros positivos), el cero y los números negativos (enteros negativos).

Números enteros { Enteros positivos o números naturales.
Enteros negativos.
Cero

¹ Ver en esta serie estoy-aprendiendo Matemática Básica 1 - Números Naturales, Acápite 1.7 Resta de números naturales, página 7

Teniendo en cuenta que los enteros contienen los enteros positivos, se considera a los números naturales son un subconjunto de los enteros.



Actividades:

www.esto-y-aprendiendo.com

MATH → MAT. BÁSICA → NÚMEROS ENTEROS

Ver el video: ¿Qué son los números enteros?

2.2 Valor absoluto de un número entero

El valor absoluto de un número entero ***es el número natural que resulta al no tener en cuenta su signo.***

El valor absoluto lo escribiremos entre barras verticales.

Ejemplo:

$$|-5| = 5$$

$$|+5| = 5 \text{ (se ha puesto el signo + por razones didácticas)}$$

Ejemplo de operaciones con valores absolutos.

$$|-5| + 5 = 5 + 5 = 10$$

$$|5| + 5 = 5 + 5 = 10$$

Observe que en ambos casos la suma es 10, debido el valor absoluto de -5 y el de +5 es el mismo: 5.

Actividades:

www.esto-y-aprendiendo.com

MATH → MAT. BÁSICA → NÚMEROS ENTEROS

Ver el video: Valor absoluto de un número entero

Ejercicio: Valor Absoluto Números enteros

Números opuestos

El opuesto de un número es el número que, al ser sumado con él, da como resultado el número 0. El opuesto de un número tiene el mismo valor absoluto, **pero signo contrario.**

Actividades:
www.estoy-aprendiendo.com
 MATH → MAT. BÁSICA → NÚMEROS ENTEROS
 Ver video: Números opuestos

Números recíprocos o inversos

Se denominan números recíprocos, aquellos que se relacionan entre sí cumpliendo que el producto entre ellos es igual a 1. Para obtener el recíproco de un número (su inverso), se divide 1 por el número.

Ejemplo: el recíproco de 9 es $1/9$, el recíproco de $1/9$ es 9

Propiedades

- Todo número tiene un recíproco **excepto el 0**
- $\frac{1}{0}$ **no definido.**
- Si multiplicamos un número por su recíproco se obtiene 1.

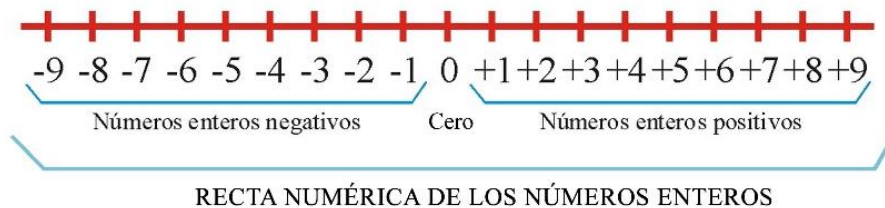


Ejemplo: El recíproco de 6 es $\frac{1}{6}$, $6 \times \frac{1}{6} = 1$

Actividades:
www.estoy-aprendiendo.com
 MATH → MAT. BÁSICA → NÚMEROS ENTEROS
 Ver video: Números recíprocos

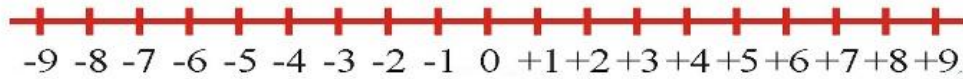
2.3 Números enteros en la recta numérica

1. En una recta horizontal, se toma un punto cualquiera que se señala como cero.
2. A su derecha y a distancias iguales se van señalando los números positivos: 1, 2, 3,...
3. A la izquierda del cero y a distancias iguales que las anteriores, se van señalando los números negativos: -1, -2, -3,...



Orden en los números enteros

Los números enteros están ordenados. De tres números representados gráficamente, es mayor el que está situado a la derecha, y menor el que está situado a la izquierda.



+1 es mayor que 0 +5 es mayor que +2
 -1 es mayor que -9 +1 es mayor que -7

Para representar estas comparaciones se utilizan los signos “mayor que” ($>$), “menor que” ($<$).

Ejemplos:

+1 es mayor que 0	$1 > 0$
+5 es mayor que +2	$5 > 2$
-1 es mayor que -9	$-1 > -9$
+1 es mayor que -7	$1 > -7$
6 es menor que 7	$6 < 7$
-6 es menor que -2	$-6 < -2$

Observe que la “*punta*” siempre señala al menor y que la “*parte ancha*” siempre señala al mayor.

Criterios de ordenamiento de los números enteros

1. Todo número negativo es menor que cero. $-7 < 0$
2. Todo número positivo es mayor que cero. $7 > 0$
3. De dos enteros negativos es mayor el que tiene menor valor absoluto.
 $-7 > -10$
 $|-7| < |-10|$
4. De los enteros positivos, es mayor el que tiene mayor valor absoluto.
 $10 > 7$
 $|10| > |7|$

Actividades:

www.estoy-aprendiendo.com

MATH → MAT. BÁSICA → NÚMEROS ENTEROS

Ver los videos: Números enteros en la recta numérica

Ordenamiento de los números enteros

Ejercicio: Números enteros en la recta numérica

OPERACIONES CON LOS NÚMEROS ENTEROS

2.5 Suma de los números enteros

Regla de los signos (suma/resta)

- Si los sumandos son del **mismo signo**, se suman los valores absolutos y al resultado se le pone el signo común.

Ejemplo:

$$3 + 5 = 8 \quad (\text{ambos son positivos (+), es signo resultante es +})$$

$$(-3) + (-5) = -8 \quad (\text{ambos son negativos (-), es signo resultante es -})$$

- Si los sumandos son de **distinto signo**, se restan los valores absolutos (al mayor le restamos el menor) y al resultado se le pone el signo del número de mayor valor absoluto.

Ejemplo:

$$-3 + 5 = 2 \quad |-3|=3; |5|=5 \quad 5>3; 5 \text{ es positivo, el signo resultante es +}$$

$$3 + (-5) = -2 \quad |3|=3; |-5|=5 \quad 5>3; 5 \text{ es negativo, el signo resultante es -}$$

Propiedades de la suma de números enteros

1. Interna

El resultado de sumar dos números enteros es otro número entero.

2. Asociativa

El modo de agrupar los sumandos no varía el resultado.

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Ejemplo:

$$(2 + 3) + (-5) = 2 + [3 + (-5)]$$

$$5 - 5 = 2 + (-2)$$

$$0 = 0$$

3. Conmutativa

El orden de los sumandos no varía la suma.

$$a + b = b + a$$

Ejemplo:

$$2 + (-5) = (-5) + 2$$

$$-3 = -3$$

4. Elemento neutro

El 0 es el elemento neutro de la suma porque todo número sumado con él da el mismo número.

$$a + 0 = a$$

Ejemplo:

$$(-5) + 0 = -5$$

5. Elemento opuesto

Dos números son opuestos si al sumarlos obtenemos como resultado cero.

$$a + (-a) = 0$$

Ejemplo:

$$5 + (-5) = 0$$

6. El opuesto del opuesto de un número es igual al mismo número.

Ejemplo: Sea 5 el número, su opuesto es -5, el opuesto de -5 es (-) (-5) = 5

2.6 Resta de números enteros

La resta de números enteros se obtiene sumando al minuendo **el opuesto del sustraendo**.

$$a - b = a + (-b)$$

Ejemplo:

$$7 - 5 = 7 + (-5) = 7 - 5 = 2$$

$$7 - (-5) = 7 + [-(-5)] = 7 + 5 = 12$$

Propiedades de la resta de números enteros

1. Interna

La resta dos números enteros es otro número entero.

2. No conmutativa

$$a - b \neq b - a$$

Ejemplo:

$$15 - 2 \neq 2 - 5$$

Actividades:

www.estoy-aprendiendo.com

MATH → MAT. BÁSICA → NÚMEROS ENTEROS

Ver los videos: Suma y resta de los números con signos

Suma y resta de los números enteros

Ejercicio: Suma y resta de números enteros. Números opuestos

Suma y resta de los números enteros sin paréntesis

Suma y resta de los números enteros con paréntesis

2.7 Multiplicación de números enteros

La multiplicación² de varios números enteros es otro número entero, que tiene como valor absoluto el producto de los valores absolutos y, como signo, el que se obtiene de la aplicación de la regla de los signos.

Regla de los signos (multiplicación/división)

- Cuando es el producto/cociente de números de **igual signo**, siempre se obtiene un número **positivo (+)**

Ejemplo:

$$5(2) = 10$$

$$-5(-2) = 10$$

- Cuando es el producto/cociente de números de **diferente signo**, siempre se obtiene un número **negativo (-)**

Ejemplo:

$$5(-2) = -10$$

$$-5(2) = -10$$

² La multiplicación se expresa de varias formas: $a \times b$; $a(b)$; $a \cdot b$; $a * b$

Ejemplo: 2×5 , $2(5)$, $2 \cdot 5$, $2 * 5$

Propiedades de la multiplicación de números enteros

1. Interna

El resultado de multiplicar dos números enteros es otro número entero.

2. Asociativa

El modo de agrupar los factores no varía el resultado. Si a, b y c son números enteros cualesquiera, se cumple que:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot a)$$

Ejemplo:

$$(2 \cdot 3) \cdot (-5) = 2 \cdot [(3 \cdot (-5))]$$

$$6 \cdot (-5) = 2 \cdot (-15)$$

$$-30 = -30$$

3. Conmutativa

El orden de los factores no varía el producto.

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Ejemplo:

$$2 \cdot (-5) = (-5) \cdot 2$$

$$-10 = -10$$

4. Elemento neutro

El 1 es el elemento neutro de la multiplicación porque todo número multiplicado por él da el mismo número.

$$a \cdot 1 = a$$

Ejemplo:

$$(-5) \cdot 1 = (-5)$$

5. Distributiva

El producto de un número por una suma es igual a la suma de los productos de dicho número por cada uno de los sumandos.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Ejemplo:

$$(-2) \cdot (3 + 5) = (-2) \cdot 3 + (-2) \cdot 5$$

$$(-2) \cdot 8 = (-6) + (-10)$$

$$-16 = -16$$

6. Sacar factor común

Es el proceso inverso a la propiedad distributiva.

Si varios sumandos tienen un factor común, podemos transformar la suma en producto extrayendo dicho factor.

$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$$

Ejemplo:

$$(-2) \cdot 3 + (-2) \cdot 5 = (-2) \cdot (3 + 5)$$

2.8 División de números enteros

La división³ de dos números enteros es igual al valor absoluto del cociente de los valores absolutos entre el dividendo y el divisor y su signo se obtiene de la aplicación de la regla de los signos.

³ La división se expresa de varias formas: $a \div b$; $a : b$; $\frac{a}{b}$; a/b

Ejemplo: $4 \div 2$; $4 : 2$; $\frac{4}{2}$; $4/2$

Ejemplo:

$$10 \div 5 = 2 \quad (-10) : (-5) = 2 \quad 10 / (-5) = -2 \quad \frac{-10}{5} = -2$$

Propiedades de la división de números enteros

1. No interna

El resultado de dividir dos números enteros no siempre es otro número entero.

2. No conmutativa

$$a : b \neq b : a$$

Ejemplo:

$$6 : (-2) \neq (-2) : 6$$

Actividades:

www.estoy-aprendiendo.com

MATH → MAT. BÁSICA → NÚMEROS ENTEROS

Ver los videos: Multiplicación y división de los números con signos

Multiplicación y división de números enteros

Ejercicios: Multiplicación y división de números enteros

2.9 Orden (jerarquía) de las operaciones

En matemáticas se hace necesario agrupar ciertas operaciones, para ello nos valemos de los **símbolos de agrupación** como paréntesis (), llaves { }, corchetes [], y barras | | pueden usarse para controlar aún más el orden de las cuatro operaciones aritméticas básicas.

Necesitamos un **conjunto de normas comunes** para realizar cálculos. Hace muchos años, los matemáticos desarrollaron un orden de operaciones estándar que nos indica qué operaciones hacer primero en una expresión con más de una operación. Sin un procedimiento estándar para hacer cálculos, dos personas podrían obtener diferentes resultados para el mismo problema.

Por ejemplo, $8 + 10 \div 2$ tiene sólo una respuesta correcta. ¿Es 9 o 13?

Reglas del orden de las operaciones

1. Efectuar las operaciones que está dentro de los paréntesis (), corchetes [] y/o llaves { }.
2. Calcular las potencias (a^n) y raíces (\sqrt{a}). (Estas operaciones las estudiaremos más adelante)
3. Efectuar los productos ($a \times b$) y cocientes ($a \div b$).
4. Realizar las sumas ($a + b$) y restas ($a - b$).

SIEMPRE DE IZQUIERDA A DERECHA

Actividades:

www.estoy-aprendiendo.com

MATH → MAT. BÁSICA → NÚMEROS ENTEROS

Ejercicios: Operaciones combinadas de números enteros