Serie estoy-aprendiendo

Matemática Básica 5

Razones, Proporciones, Tanto por ciento

Elaborado para estudiantes de
High School Equivalency (HSE) en español
como complemento del website *estoy-aprendiendo*

José M. Fernández, MSc.

Razones, Proporciones y Tanto Por Ciento

5.1 Magnitudes

En la vida cotidiana, trabajamos constantemente con las magnitudes. **Una magnitud es aquello que se puede medir**. Por ejemplo, la cantidad de estudiantes en un aula, la presión arterial de una persona, la cantidad de uvas de un racimo, la cantidad de calorías que tiene un alimento, la distancia entre dos ciudades, la velocidad de un avión volando, etc. Todas estas magnitudes se pueden relacionar entre sí.

- La cantidad de estudiantes de un aula con la cantidad de asientos.
- La presión arterial de una persona con la cantidad de medicamentos que debe tomar.
- El cantidad de uvas de un racimo con su peso
- La cantidad de calorías de un alimento con el aumento de peso de una persona
- La distancia entre dos ciudades con el tiempo que se tarda en ir de una a otra.
- La velocidad de un avión y el tiempo de llegada a un aeropuerto

Las magnitudes pueden ser escalares y vectoriales.

- Las **magnitudes escalares** son aquellas magnitudes físicas que quedan descritas completamente mediante un valor numérico. Ejemplos de magnitudes escalares son masa, volumen, temperatura, densidad, presión, energía, carga eléctrica, etc
- Las **magnitudes vectoriales** son aquellas magnitudes físicas que son descritas mediante un valor numérico o magnitud, llamada módulo, y una orientación en el espacio. Por ejemplo, son magnitudes vectoriales la aceleración, la velocidad de desplazamiento, campo eléctrico, el peso o cualquier otra forma de fuerza, por ejemplo la fuerza de la gravedad.

En nuestros ejemplos solamente trabajaremos con magnitudes escalares.

5.2 Razón

La razón es la **comparación de dos magnitudes** y se mide a partir del cociente (división) de esas dos cantidades. Es importante saber que esos valores tienen que estar **en la misma unidad de medida**.
Las razones parecen fracciones, pero se diferencian porque en las razones, tanto el numerador como el denominador, **pueden ser números no enteros**.

Si se va a expresar la razón como **fracción** (($\frac{a}{b}$) o **relación** (a:b), esta debe reducirse hasta la forma más simple. Una razón también puede expresarse como un **tanto por ciento**.

$$\boldsymbol{\frac{a}{b}} \qquad \boldsymbol{a:b}$$

En la *Escuela Primaria La Catrina*, el quinto grado tiene solamente 5 alumnos y todos son varones.
De ellos, 2 tienen sobrepeso. ¿Cuál es la razón de niños con sobrepeso del quinto grado?
Total, de niños varones: 5
Total de niños con sobrepeso: 2
Relación 2:5
Razón: 0.4

5.3 Proporción

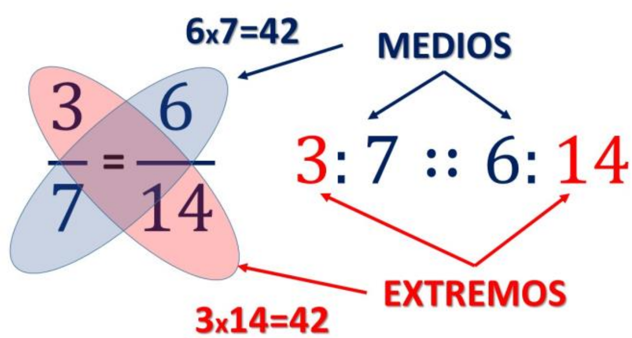
Cuando dos o más razones son iguales, decimos que forman una proporción.

$$Si\ \frac{a}{b} = h\ \ y\ \ \frac{c}{d} = h\ entonces\ \frac{a}{b} = \frac{c}{d},\ luego\ son\ proporciones$$

Los términos a y d se denominan extremos mientras que b y c son los medios.
En toda proporción el producto de los extremos es igual al producto de los medios

5.4 Proporcionalidad

Muchas veces en la práctica se nos presentan situaciones en las que el valor o cantidad de una magnitud depende del valor de la otra. Por ejemplo, si un metro de tela tiene un precio de $ 10, el costo de un corte de tela depende del número de metros que tenga el largo. A mayor número de metros de tela corresponde un mayor costo.



Proporcionalidad directa

Cuando dos magnitudes están relacionadas de modo que los valores de una de ellas se obtienen multiplicando por un mismo número los valores correspondientes en la otra, se dice que son **directamente proporcionales**.

Para que dos magnitudes mantengan una relación de proporcionalidad directa tienen que estar relacionadas de tal forma que, si aumentamos una, aumenta la otra; si disminuimos una, disminuye la otra, **siempre proporcionalmente**.

El **cociente** entre dos magnitudes directamente proporcionales **es siempre constante**.

En la tabla de la derecha se muestra el costo por noche de una habitación en el Hotel Las Calandrias. Observe que la relación Costo/Día es constante e igual a 70.

COSTO POR DIA HOTEL LAS CALANDRIAS		RELACIÓN COSTO/DÍA
DIAS	COSTO (DÓLARES)	
1	70	70
2	140	70
3	210	70
4	280	70
5	350	70

Se mantiene constante

Proporcionalidad inversa

Existen otras formas de relaciones entre magnitudes en las que el comportamiento es diferente al de los ejemplos dados de proporcionalidad directa, en estos casos, si los valores de una aumentan, los valores correspondientes en la otra disminuyen.

Por ejemplo, si un automóvil se desplaza con una cierta velocidad y la aumenta, el tiempo que demora en llegar a su destino disminuye.

Cuando dos magnitudes están relacionadas de modo que el aumento (disminución) de una implica la disminución (aumento) de la otra , se dice que son **inversamente proporcionales**

Tiempo que se tarda en construir un edificio en función del número de obreros que trabajen	
Obreros (x)	Días (y)
10	336
20	168
30	112
40	84

En la tabla de la izquierda se muestra la cantidad de días que se demora la construcción de un edificio en función de la cantidad de obreros.

A simple vista se observa que a medida de AUMENTA la cantidad de obreros DISMINUYE la cantidad de días de construcción.

Ambas magnitudes son **INVERSAMENTE PROPORCIONALES.**

5.5 Tanto por ciento

El tanto por ciento es una forma de expresar un número como una fracción de 100, es decir, es una cantidad que se corresponde **PROPORCIONALMENTE** a una **PARTE DE CIEN**. Resumiendo, calcular el tanto por ciento es sencillamente calcular una proporción.

$$\frac{\%}{100} = \frac{parte}{todo}$$

Tres son las posibles preguntas sobre el tanto porciento:

1. Qué Tanto por ciento es un número de otro:

$$\frac{\%}{100} = \frac{parte}{todo}$$

El aula 3118 tiene **32 alumnos**, de los cuales **10 son varones**. ¿Qué por ciento representan los varones del total de alumnos?

$$\frac{\%}{100} = \frac{10}{31}, \quad \% = \frac{100 \times 10}{32} = \frac{1000}{32} = \mathbf{31.25}$$

Los varones representan en 31.25%

2. Qué número es el Tanto por ciento de otro.

$$\frac{\%}{100} = \frac{parte}{todo}$$

La fábrica de caramelos tiene **1230 empleados**, de los cuales el **62% son mujeres**. Cada una debe llevar una redecilla para el pelo ¿Cuántas redecillas deben ser compradas por la fábrica?

$$\frac{62}{100} = \frac{x}{1230}, \quad x = \frac{62 \times 1230}{100} = \frac{76260}{100} = \mathbf{762.6}$$

Deben comprarse 763 redecillas

Aunque el problema no lo dice, debe redondearse a la siguiente unidad. No se puede utilizar un “pedazo” de redecilla

3. Dado un número, hallar que Tanto por ciento es otro número de él.

$$\frac{\%}{100} = \frac{parte}{todo}$$

Elena se ahorró $30 en un vestido que compró con un 20% de rebaja. ¿Cuál era el precio original del vestido?

$$\frac{20}{100} = \frac{30}{y}, \quad y = \frac{30 \times 100}{20} = \frac{3000}{20} = \mathbf{150}$$

El vestido tenía un precio original de $150