Serie estoy-aprendiendo

Matemática Básica 4

Números decimales

Elaborado para estudiantes de
High School Equivalency (HSE) en español
como complemento del website *estoy-aprendiendo*

José M. Fernández, MSc.

Tabla de Contenido

NUMEROS DECIMALES 3

4.1 Clasificación de los números decimales 3
Números decimales exactos. 3
Números decimales infinitos. 3
Números decimales infinitos periódicos 3
Números decimales infinitos **no periódicos o irracionales**. 4

4.2 Clasificación de los números reales 5

4.3 Composición de un número decimal 5

4.4 Los números decimales en la recta numérica 6

4.5 Redondeo de números decimales 7
Truncamiento (eliminación) de números decimales 7
Redondear un número decimal al número entero más cercano 7
Redondear un número decimal al número decimal indicado más cercano 7

4.6 Operaciones con números decimales 8
Suma y resta de números decimales 8
Multiplicación de números decimales 9
Multiplicación de números decimales por la unidad seguida de ceros 10
División de números decimales 10
División de números decimales por la unidad seguida de ceros 12

4.8 EXPRESAR FRACCI0NES COMO DECIMALES 13
División del numerador entre el denominador. 13

4.9 EXPRESAR DECIMALES COMO FRACCIONES 13
Transformación de un decimal finito a fracción 13
Transformación de un decimal infinito periódico en fracción 14
Transformación de decimal infinito semiperiódico a fracción 15

NUMEROS DECIMALES

Un número decimal, por definición, es la expresión de un **número** que tiene dos partes: una **parte no entera (incluído el cero) y una parte decimal,** ambas partes están separada por un **punto**[1]. **A** diferencia de los números fraccionarios, los números decimales no se escriben como el cociente de dos números enteros sino como una aproximación de dicho valor.

4.1 Clasificación de los números decimales

Números decimales exactos.

Cuando la parte decimal posee un **número limitado** de cifras decimales.

0.1; 0.275; 4.35698; 2.5469

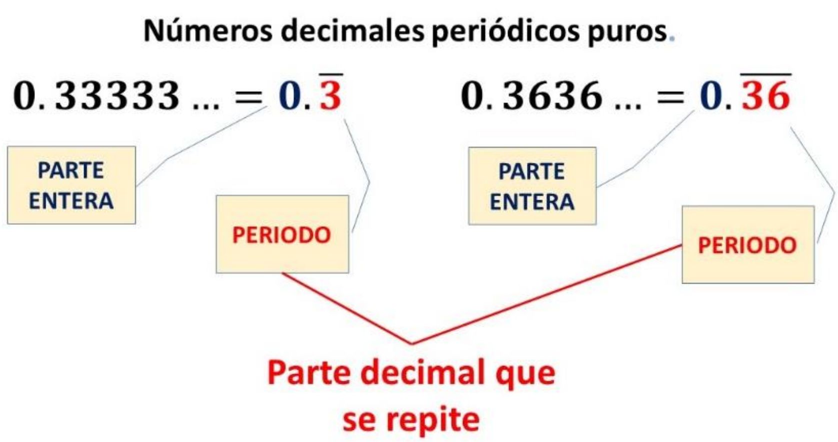
Números decimales infinitos.

Cuando la parte decimal tiene un número infinito de cifras decimales. Una o más cifras decimales se repiten infinitamente. La parte que se repite se llama **período**. Se clasifican en infinitos periódicos e infinitos NO periódicos (irracionales):

Números decimales infinitos periódicos

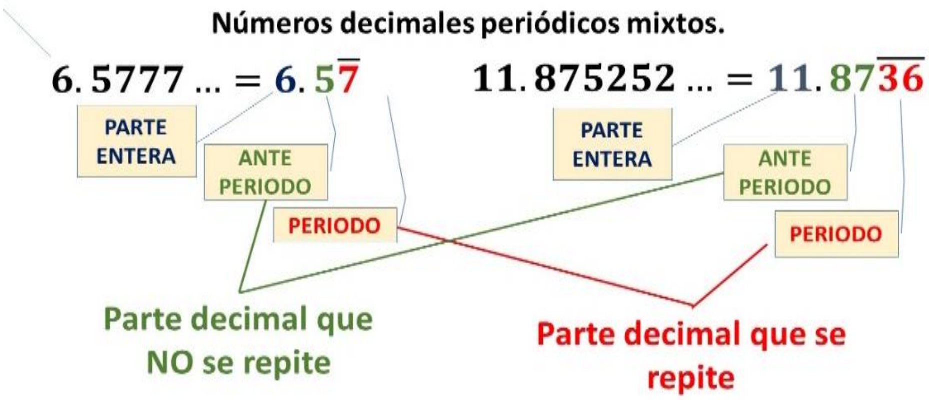
Son aquellos que tienen un número ilimitado o infinito de cifras decimales, que se repiten en un patrón o **período** determinado.

- ***Números decimales periódicos puros***.
  Tienen cifras decimales que se repite indefinidamente: 0.33333…, 0.363636…, la parte que se repite se señala con una barra horizontal encima. $0.\overline{3}$; $0.\overline{36}$



[1] Existen varias formas de separar los números decimales; puede ser con un punto (.), con una coma (,), en Estados Unidos se utiliza el punto decimal. La ISO 80000-1, del año 2009, admite ambos signos, cancelando la anterior recomendación de la coma de la norma ISO 31-0. «Los números pueden agruparse de tres en tres para facilitar la lectura; **pero no se deben utilizar ni comas ni puntos en los espacios entre grupos**». Por su parte, las Academias de la Lengua Española recomiendan en la Ortografía de la lengua española: «Con el fin de promover un proceso tendente hacia la unificación, **se recomienda el uso del punto como signo separador de los decimales**».

- ***Números decimales <u>periódicos mixtos</u>*.**
  En ellos existen cifras decimales que no se repiten (están fuera del periodo o patrón): 2.125333333. La barra horizontal se coloca solamente sobre las cifras o período que se repiten. A los decimales que no se repiten se les llama ante período: $6.5\overline{7}$; $11.87\overline{52}$



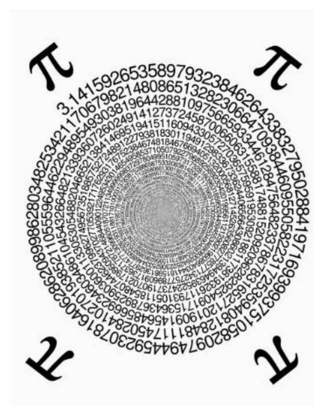
Números decimales infinitos <u>no periódicos o irracionales</u>.

Estos números tienen cifras decimales infinitas que no pueden ser definidas como un patrón, son los **números irracionales**.

π = 3,141592654...

El número π es un número con infinitas cifras decimales que no tiene período. No se puede escribir como una división de números enteros (fracción).

El **número Pi** (π) es el cociente entre el perímetro de la circunferencia y la longitud de su diámetro. La aproximación de su número es 3.141592653589… A efecto de los **ejercicios,** si no se indica lo contrario, **su valor será 3.14**



Actividades:
www.estoy-aprendiendo.com
MATH→ MAT. BÁSICA → NÚMEROS DECIMALES
Ver el video: Clasificación de los números decimales

Ejercicios: Clasificación decimales

4.2 Clasificación de los números reales

Todos los números que hemos estudiado hasta ahora se conocen como **NÚMEROS REALES** y están representados en el gráfico de la derecha.

- **Reales**
  - **Racionales**
    - **Enteros**
      - **Naturales**
        - Uno (1)
        - Primos (2, 3, 5, ...)
        - Compuestos (4, 6, 8, 9, 10 ...)
      - **Cero (0)**
      - **Enteros negativos** (-1, -2, -3, -4,...)
    - **Fraccionarios** $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{10}, \ldots)$
  - **Irracionales** π (pi 3.141592653589...), √2 (1.41421356237...) √5 (2.2360679775...), Φ (áureo 2.71828182...), ...

4.3 Composición de un número decimal

Al igual que los números naturales, los números decimales tienen su propia composición.
La parte entera se compone de la misma manera que los números naturales.
La parte decimal se compone, a partir del punto decimal hacia la derecha, por las décimas, centésimas, milésimas, diez milésimas, cien milésimas, etc.

Vea en la tabla a continuación la representación.
En la tabla, la primera columna representa la **centena**, la segunda la **decena** y la tercera la **unidad (igual que los números naturales)**. A continuación, aparece el **punto decimal**. La cuarta columna representa las **décimas** (la unidad dividida en 10 partes iguales), la quinta representa las **centésimas** (la unidad dividida en 100 partes iguales) y la séptima representa las **milésimas** (la unidad dividida en 1000 partes iguales). A continuación, irían las diezmilésimas, las cienmilésimas, etc.

1ro	2do	3ro	4to	5to	6to	7mo
PARTE ENTERA			PUNTO DECIMAL	PARTE DECIMAL		
CENTENA	DECENA	UNIDAD		DÉCIMA	CENTÉSIMA	MILÉSIMA
100	10	1	.	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
100	10	1		0.1	0.01	0.001

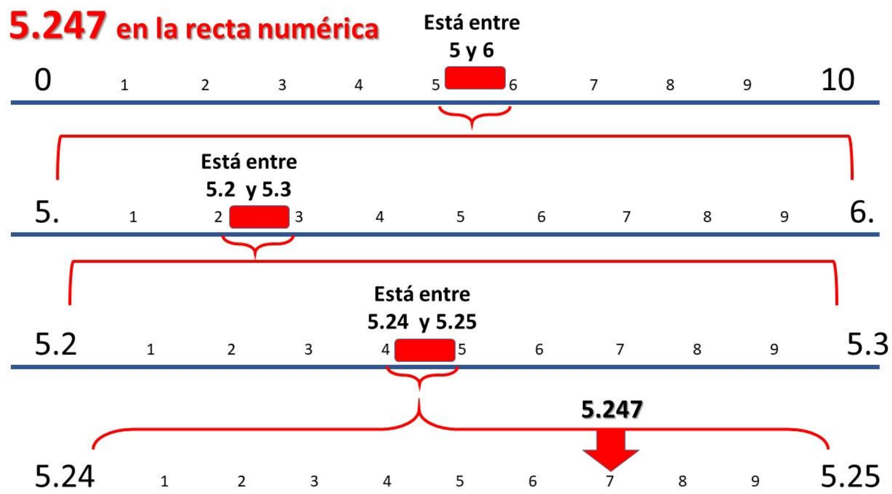
En el ejemplo de la figura, el número **623.175** tiene una parte entera 623 (6 centenas, 2 decenas y 3 unidades) y separada del punto el decimal 175 (1 décima, 7 centésimas y 5 milésimas). La parte decimal de un número se ubica al **lado derecho del punto.** En el caso de que un número decimal **no posea una parte entera,** se procede a escribir un cero al lado izquierdo del punto, por ejemplo 0.1245

4.4 Los números decimales en la recta numérica

Todo número racional tiene su representación en la recta numérica. En el caso de los decimales su representación requiere la división en partes exactas del espacio entre dos números:

- Para representar las **décimas** dividimos la **unidad en 10 partes**.
- Para representar las **centésimas** dividimos cada **décima en 10 partes** o la **unidad en 100 partes**.
- Para representar las **milésimas** dividimos cada **centésima en 10 partes**, o las centésimas en 100 partes o **la unidad en 1000 partes** y así continuaríamos para las diez milésimas, cien milésimas, etc.

Veamos el número **5.247,** en el gráfico.



- El número **5.247** está ubicado entre los números enteros **5 y 6**.
- Si corremos un lugar decimal hacia la derecha (**posición de las décimas**), observamos que el número está entre 5.2 y 5.3.
- Si corremos otro lugar decimal (**posición de las centésimas**), el número estaría entre **5.24** y **5.25**. Finalmente, al correr otro lugar decimal más (**posición de las milésimas**), llegamos a la ubicación exacta del número **5.247 en la Recta Numérica.**

NO **HAY DOS NÚMEROS DECIMALES CONSECUTIVOS**, porque entre dos decimales siempre se pueden encontrar otros decimales (de hecho, **entre dos decimales siempre se pueden encontrar infinitos decimales**).

5.2	**5.24**	**2.3**
2.24	**2.247**	**2.25**
2.247	**2.2476**	**2.248**
2.2476	**2.24768**	**2.2476**

Dados dos números decimales es menor:

- **El que tenga menor la parte entera**. Ejemplo: **3**.528 < **5**.00001 < **7**.36
  3 es menor que 5 y ambos son menores que 7
- **Si tienen la misma parte entera, el que tenga menor parte decimal**.
- Ejemplo: 3.**00001** < 3.**36** < 3.**528**
  Para ayudar a "ver" el decimal menor, multiplicamos por un múltiplo de 10 que contenga tantos ceros como lugares tiene el que mayor cantidad de lugares decimales tenga (en este caso la parte decimal 0.00001 tiene 5 lugares decimales, multiplicamos por 100 000)

$$1 < 36000 < 528000$$

Actividades:
www.estoy-aprendiendo.com
MATH→ MAT. BÁSICA → NÚMEROS DECIMALES
Ver el video: Cómo ubicar números decimales en la recta numérica.
Ejercicios: Decimales recta numérica

4.5 Redondeo de números decimales

Truncamiento (eliminación) de números decimales

Para truncar (eliminar) un número decimal hasta un orden determinado se colocan las cifras anteriores hasta ese orden, eliminando las demás.
Ejemplo:
Truncar 2.3647 hasta las décimas: 2.3 (se eliminaron los decimales después de la décima)
Truncar 2.3647 hasta las centésimas: 2.36 (se eliminaron los decimales después de la centésima)
Truncar 2.3647 hasta las milésimas: 2.364 (se eliminaron los decimales después de la milésima)
SE TOMAN SOLAMENTE LAS CIFRAS QUE HAY EN EL NÚMERO SIN MODIFICACIÓN

Redondear un número decimal al número entero más cercano

Para redondear un número a la unidad tenemos que fijarnos en la primera cifra después del punto decimal.
Si la cifra es 0, 1, 2, 3, 4 (menor que 5) solamente escribimos el número entero.
Si la cifra es 5, 6, 7, 8, 9, (igual o mayor que 5) le sumamos uno (1) a la posición de las unidades del número
Ejemplos:

a) **Redondear al entero más cercano el número 782.4**
La cifra que está a la derecha del punto decimal es 4, cuyo valor es menor que 5 ($4<5$), por lo tanto, escribimos el número entero sin decimales: 782.
b) **Redondear al entero más cercano el número 436.8**
La cifra que está a la derecha del punto decimal es 8 ($8>5$), cuyo valor es mayor que 5, por lo tanto, sumamos uno a la unidad y escribimos el número entero sin decimales: 437.
c) **Redondear al entero más cercano el número 439.5**
La cifra que está a la derecha del punto decimal es 5, cuyo valor es mayor que mayor o igual a 5 ($5 \geq 5$), por lo tanto, sumamos uno a la unidad, pero al darnos 10, colocamos un cero en las unidades y sumamos uno (1) a las decenas y escribimos el número entero sin decimales: 440.

Redondear un número decimal al número decimal indicado más cercano

El principio es el mismo, ver el número decimal que está a la derecha del que vamos a redondear. Se cumple la misma regla:
Si la cifra es 0, 1, 2, 3, 4 (<5) solamente escribimos el número decimal y truncamos el resto de los decimales.
Si la cifra es 5, 6, 7, 8, 9, (≥ 5) le sumamos uno (1) a la posición decimal que deseamos redondear y truncamos el resto de los decimales.

Ejemplos:

a) **Redondear a la décima más cercana el número 78.249**
La posición de la décima la ocupa el 2. La cifra que está a la derecha de la décima (2) es el 4, cuyo valor es menor que 5 (4<5), por lo tanto, escribimos el número entero con la décima sin modificar y truncamos el resto de los decimales: 78.2

b) **Redondear a la centésima más cercana el número 5.25834**
La posición de la centésima la ocupa el 4. La cifra que está a la derecha de la centésima (4) es el 8, cuyo valor es mayor que 5 (8 > 5), por lo tanto, escribimos el número entero con la centésima aumentada en 1 (en este caso 8+1=9) y truncamos el resto de los decimales**: 5.26**

c) **Redondear a la milésima más cercana el número 36.1296532**
La posición de la milésima la ocupa el 9. La cifra que está a la derecha de la centésima (9) es el 6, cuyo valor es mayor que 5 (6 > 5), por lo tanto, debemos aumentar en 1 la milésima (en este caso 9+1=10). Como es mayor que 10, ponemos 0 en la milésima y aumentamos 1 en la centésima y truncamos el resto de los decimales**: 36.130**

Actividades:
www.estoy-aprendiendo.com
MATH→ MAT. BÁSICA → NÚMEROS DECIMALES
Ver el video: Redondear y truncar números decimales

Ejercicios: Decimal y truncamiento
Redondeo decimales

4.6 Operaciones con números decimales

Suma y resta de números decimales

Para sumar y restar números decimales, debemos anotar cada valor en forma vertical de tal manera que **el punto quede en la misma columna (uno debajo del otro)**, incluso si la parte entera de un valor tenga más cifras que el otro, como se ve en el ejemplo siguiente:

3	**.**	**4**	**8**	
9	**.**	**6**	**5**	**7**

A continuación, se iguala el número de cifras decimales de cada valor si es necesario, añadiendo uno o varios ceros al valor con menos cifras decimales para que queden con el mismo número, pues **el cero añadido a la derecha de la parte decimal no altera el valor**, así:

3	**.**	**4**	**8**	**0**
9	**.**	**6**	**5**	**7**

Finalmente se suma de manera tradicional, sin tomar en cuenta el punto, y al resultado final se le añade el punto en la misma posición que se encuentra en ambos valores sumados o restados.

	3	.	4	8	0
+	9	.	6	5	7
1	3	.	1	3	7

Actividades:
www.estoy-aprendiendo.com
MATH→ MAT. BÁSICA → NÚMEROS DECIMALES
Ver el video: Suma y resta de números decimales

Ejercicios: Suma decimales

Ejemplo: Restar 6.1 – 4.129.
Se colocan los números siguiendo los mismos principios dados anteriormente: anotar cada valor en forma vertical de tal manera que **el punto quede en la misma columna**, incluso si la parte entera de un valor tenga más cifras que el otro. Restar de manera tradicional, sin tomar en cuenta el punto, y al resultado final se le añade el punto en la misma posición

	6	.	1	0	0
+	4	.	1	2	9
	1	.	9	7	1

Actividades:
www.estoy-aprendiendo.com
MATH→ MAT. BÁSICA → NÚMEROS DECIMALES
Ver el video: Suma y resta de números decimales

Ejercicios: Resta decimales

Multiplicación de números decimales

Para multiplicar dos números decimales, o un número decimal por un número entero, se resuelve la operación sin tomar en cuenta el punto. El número de cifras decimales será la suma del número de cifras decimales de los dos factores.

Multiplicar un decimal por un entero: 3.25 x 2
Multiplicamos 325 x 2
El resultado es 650
Hay **2 cifras decimales**
Corremos hacia la izquierda el punto decimal **dos lugares**.
El producto es **6.50**

		3.	2	5
x				2
		6.	5	0

Multiplicar dos decimales: 3.25 x 2.7
Multiplicamos los números 325 x 27
El resultado es 8775
Entre ambos tienen en total **3 cifras decimales**
Corremos a la izquierda el punto decimal **tres lugares**.
El producto resultante es **8.775**

		3.	**2**	**5**
x			**2.**	**7**
	2	**2**	**7**	**5**
	6	**5**	**0**	
	8.	**7**	**7**	**5**

Multiplicación de números decimales por la unidad seguida de ceros

Para multiplicar números decimales por cifras que son múltiplos de diez, solo corremos el punto hacia la derecha tantos espacios como ceros tenga el múltiplo de diez. Si no hay más cifras decimales, se añaden ceros al resultado.

2.5698	**x**	**10**	**=**	**25.698**
2.5698	X	100	=	256.98
2.5698	X	1000	=	2569.8
2.5698	X	10000	=	25698
2.5698	X	100000	=	256980
2.5698	X	1000000	=	2569800
2.5698	x	10000000	=	25698000

Actividades:
www.estoy-aprendiendo.com
MATH→ MAT. BÁSICA → NÚMEROS DECIMALES
Ver el video: Multiplicación de números decimales

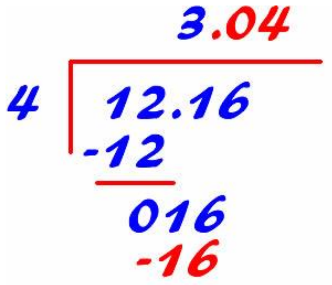
Ejercicios: Multiplicar decimales

División de números decimales

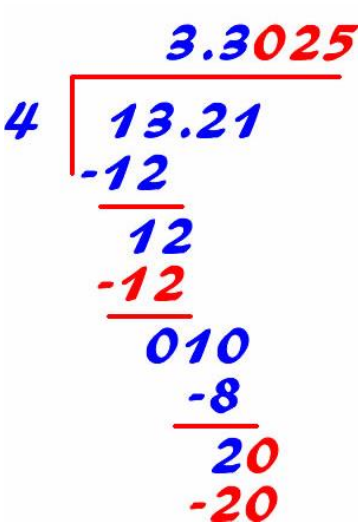
Existen tres posibilidades:
a) El dividendo es decimal y el divisor un entero
b) El divisor es decimal y el dividendo un entero
c) Divisor y dividendo son decimales

El dividendo es un decimal y el divisor un entero
Cuando el dividendo es decimal, se realiza la división sin tomar en cuenta el punto y al obtener la primera cifra decimal, se pone el punto en el cociente y se sigue dividiendo de manera normal.
Se efectúa la división de números decimales como si de números enteros se tratara. Cuando bajemos la primera cifra decimal, colocamos una coma en el cociente y continuamos dividiendo.

Ejemplo: 12.16 ÷4 y 13.21 ÷ 4



12 entre 4 cabe a 3, lo resto al 12 y queda 0.
Como a continuación viene el **punto decimal**, lo escribo en el cociente.
Bajo el 1, que no cabe entre 4, escribo un cero a continuación del punto decimal y bajo el 6.
Se forma el número 16 que entre 4 cabe a 4, el resto es 0.



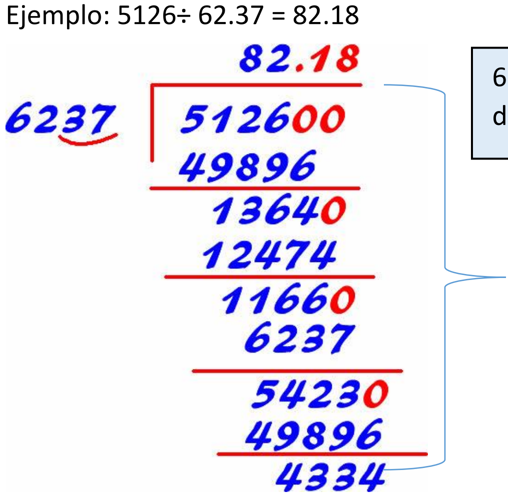
13 entre 4 cabe a 3, al restar 12 (4x3) a 13 y me queda 1.
Viene el **punto decimal**, lo escribo en el cociente.
Bajo el 2, me forma el número 12. 12 entre 4 cabe a 3. Pongo el 3 a continuación del punto decimal y al multiplicar éste por 4 me queda 0.
Bajo el 1, no cabe entre 4, por lo tanto, coloco un cero en el cociente y agrego un cero al 1. Se forma el número 10, que entre 4 cabe a 2 y sobran 2. Pongo el 2 en el cociente y resto el producto de 2 por 8 de 10.
Me quedan 2, le agrego un cero para seguir encontrando decimales.
Se forma el número 20, que entre 4 cabe a 5 un resto 0.

El divisor es decimal y el dividendo un entero

Cuando el decimal se encuentra en el divisor, se debe correr el punto hasta el final de la cifra del divisor, añadiéndose en el dividendo ceros en la misma cantidad de espacios recorridos por el punto. Y se procede a dividir de manera normal.

Quitamos la coma del divisor y añadimos al dividendo tantos ceros como cifras decimales tenga el divisor. A continuación dividimos como si fueran números enteros.

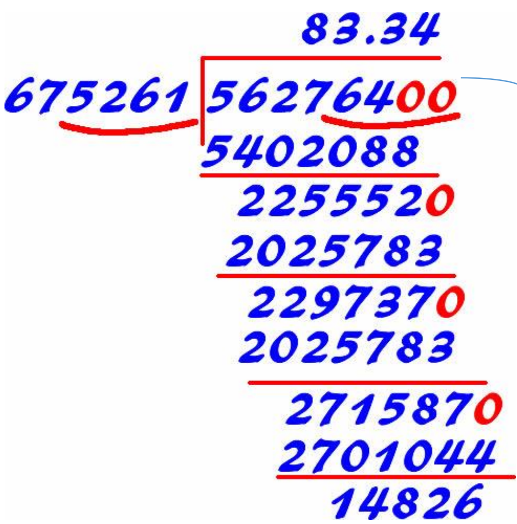
Ejemplo: 5126÷ 62.37 = 82.18



62.37 tiene dos lugares decimales, corremos el punto a la derecha dos posiciones y agregamos dos al dividendo.

La división continúa igual que la de dos enteros.

Divisor y dividendo son decimales
Cuando el dividendo y el divisor son números decimales, recorremos las puntos por tantos espacios sean necesarios para que desaparezca del **número con más cifras decimales**. Mientras que en el número que tiene menos cifras decimales se irán **añadiendo ceros según** los espacios que falten, y se procede a dividir de la manera tradicional.
Se iguala el número de cifras decimales del dividendo y del divisor, añadiendo a aquel que tenga menos decimales, tantos ceros como cifras decimales de diferencia haya. A continuación se prescinde de la coma, y dividimos como si fueran números enteros.
Ejemplo: 5627.64÷ 67.5261 = 83.34



62.5261 tiene cuatro lugares decimales, corremos el punto a la derecha cuatro posiciones. Corremos el punto decimal del dividendo cuatro lugares, colocando ceros en los espacios vacíos desde la última cifra significativa y la nueva posición del punto decimal.

La división continúa igual que la de dos enteros.

División de números decimales por la unidad seguida de ceros

Cuando dividimos un número decimal por un número múltiplo de diez, corremos hacia la izquierda el punto decimal tantas veces como 0 tenga el múltiplo de 10.
Los espacios entre el punto y el primer dígito significativo deben rellenarse con ceros (0)

2.5698	÷	10	=	0.25698
2.5698	÷	100	=	0.025698
2.5698	÷	1000	=	0.0025698
2.5698	÷	10000	=	0.00025698
2.5698	÷	100000	=	0.0000256980
2.5698	÷	1000000	=	0.000002569800
2.5698	÷	10000000	=	0.00000025698000

Actividades:
www.estoy-aprendiendo.com
MATH→ MAT. BÁSICA → NÚMEROS DECIMALES
Ver el video: División de números decimales

Ejercicios: Dividir decimales
Operaciones combinadas con decimales

4.8 EXPRESAR FRACCI0NES COMO DECIMALES

Para convertir fracciones en números decimales tenemos tres posibles caminos, dependiendo de con qué números estemos trabajando:

División del numerador entre el denominador.

$$\frac{3}{5} = 0.6 \qquad \begin{array}{r} 0.6 \\ 5\overline{)\,30} \end{array}$$

> Actividades:
> **www.estoy-aprendiendo.com**
> MATH→ MAT. BÁSICA → NÚMEROS DECIMALES
> **Ver el video:** Como convertir fracciones a decimales

4.9 EXPRESAR DECIMALES COMO FRACCIONES

Transformación de un decimal finito a fracción

1. En el numerador se escribe el número y se le restan los números enteros que están antes del punto decimal.
2. En el denominador se colocan tantos 9 como números tiene el período.
3. Se reduce si lo admite.

Ejemplo 1: Convertir 0.045 en fracción
Anotamos en el numerador las cifras significativas del número, en este caso 45. En el denominador escribimos el 1 seguido de tantos ceros como decimales tenga el número, en este caso 1.000, porque hay tres espacios decimales ocupados. A continuación simplificamos la fracción obtenida.

$$0.045 = \frac{45 \; \div 5}{1000 \; \div 5} = \frac{9}{200}$$

Ejemplo 2: Llevar 1.2 a fracción

$$1.2 = \frac{12 \; \div 2}{10 \; \div 2} = \frac{6}{5}$$

$$= \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

$$1.2 = 1\frac{1}{5}$$

> Actividades:
> **www.estoy-aprendiendo.com**
> MATH→ MAT. BÁSICA → NÚMEROS DECIMALES
> **Ver el video:** Como convertir un decimal finito en fracción

Transformación de un decimal infinito periódico en fracción

1. Se anota el número y se le resta él o los números que están antes del período (de la rayita)
2. Se coloca como denominador un 9 por cada número que está en el período (si hay un número bajo la rayita se coloca un 9, si hay dos números bajo el período se coloca 99, etc.). Si se puede simplificar, se simplifica.

$$2.666... = 2.\overline{6}$$

$$2.\overline{6} = \frac{26-2}{9} = \frac{24}{9}$$

$$= \frac{24}{9}\begin{matrix}\div 3\\ \div 3\end{matrix} = \frac{8}{3}$$

$$= \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

$$2.\overline{6} = 2\frac{2}{3}$$

Otro ejemplo: Expresar como fracción 57,18181818....

$$57.181818... = 57.\overline{18}$$

$$57.\overline{18} = \frac{5718-57}{99}$$

$$= \frac{5661}{99}\begin{matrix}\div 9\\ \div 9\end{matrix} = \frac{629}{11}$$

$$= \frac{629}{11} = 57\frac{2}{11}$$

$$57.\overline{18} = 57\frac{2}{11}$$

Actividades: **www.estoy-aprendiendo.com** MATH→ MAT. BÁSICA → NÚMEROS DECIMALES **Ver el video:** Como convertir un decimal infinito periódico en fracción

Transformación de decimal infinito semiperiódico a fracción

1. El numerador de la fracción se obtiene, al igual que en el caso anterior, restando al número la parte entera y el ante período, o sea, todo lo que está antes de la “rayita”.
2. El denominador de la fracción se obtiene colocando tantos 9 como cifras tenga el período y tantos 0 como cifras tenga el ante período. Como siempre, el resultado se expresa como fracción irreductible (no se puede simplificar más) o como número mixto.

$$2.466\ldots = 2.4\overline{6}$$

$$2.4\overline{6} = \frac{246-24}{90} = \frac{222}{90}$$

$$= \frac{222 \div 6}{90 \div 6} = \frac{37}{15}$$

$$= \frac{37}{15} = 2\frac{7}{15}$$

$$2.4\overline{6} = 2\frac{7}{15}$$

Actividades:
www.estoy-aprendiendo.com
MATH→ MAT. BÁSICA → NÚMEROS DECIMALES
Ver el video: Como convertir un decimal infinito semiperiódico en fracción