



Índice de Treynor

LEITURA BÁSICA

Na edição anterior, apresentamos o Índice de Sharpe (IS) como critério de avaliação de performance dos investimentos, mostrando as suas principais qualidades e limitações. Esse índice é definido pelo excesso de retorno esperado do investimento (com relação ao rendimento do ativo livre de risco) devidamente ponderado pelo risco atribuído a ele, sendo utilizada, para o cálculo do risco, a volatilidade do investimento representada pelo desvio padrão dos excessos de retornos¹. Dentre as características do Índice de Sharpe comentamos o problema de que quando já possuímos algum investimento arriscado, e utilizamos esse índice para definir uma nova aplicação, mesmo escolhendo o investimento com maior Sharpe poderemos ter, ao final, uma carteira com menor Sharpe² do que a carteira que incluísse nossa carteira inicial e um ativo com menor IS. Esse resultado se deve ao fato de não estarmos levando em consideração a correlação entre o novo investimento e o já possuído³.

Assim, necessitamos de uma medida de performance que leve esse efeito em consideração. Para tal, precisamos reavaliar as medidas de risco utilizadas na análise. O risco de uma carteira pode ser dividido em risco não-diversificável e diversificável. O risco não-diversificável é o risco da carteira que está relacionado ao movimento do mercado, e é medido pela relação direta entre os retornos do ativo e do mercado⁴. Esta relação é chamada de beta da carteira. Se o beta de uma determinada carteira é igual a 0,5, isso significa que quando o retorno do portfólio de mercado sobe 1%, o retorno dessa carteira irá subir, em média, 0,5%. No caso especial em que o beta é igual a 1, espera-se que as variações nos retornos dessa carteira e do portfólio de mercado sejam iguais⁵. Um maior beta quer dizer que a carteira é mais sensível a movimentos no retorno de mercado e, portanto, tem maior risco. Esse risco é não-diversificável porque está relacionado ao com-

portamento de variáveis econômicas que afetam em conjunto todos os ativos do mercado. A inclusão de novos ativos na carteira não diminui essa oscilação. Já o risco diversificável é o risco relacionado aos fatores específicos do ativo, e são não correlacionados com os erros diversificáveis dos demais ativos. Com base nesta característica, esse tipo de risco pode ser reduzido pela inclusão de novos ativos na carteira.

Treynor⁶ sugeriu que se utilizasse o risco não-diversificável, ou o beta, como medida de risco apropriada. A idéia é que o risco relevante a ser considerado é o risco que é agregado à carteira total pelo ativo analisado. E esse risco é o não-diversificável. O outro risco do ativo, o diversificável, não é relevante para uma carteira bem diversificada.

Dessa forma, o índice de Treynor é dado por:

$$IT = \frac{E(R_i) - R_f}{\beta_i}$$

onde:

$E(R_i)$ é o retorno esperado do investimento no ativo i ;
 R_f é o retorno do investimento no ativo livre de risco (renda fixa);
 β_i é o beta dos retornos do ativo i .

Esse índice mede o excedente de retorno gerado pelo administrador por unidade de risco não-diversificável, para o período de análise. Se este fundo é uma parte de uma carteira composta por vários outros ativos, deve ser o risco relevante para análise, já que o que nos interessa é o risco associado ao movimento conjunto dos fundos. Os movimentos específicos, que compõem o risco diversificável, são em parte cancelados, reduzindo o impacto desse componente no risco total.

Assim, como no caso do IS, fundos com diferentes perfis de risco podem ser comparados. Fundos com maior índice de Treynor são que apresentam maior retorno por unidade de risco não-diversificável incorrido. Um fundo muito arriscado terá que gerar um grande excedente de retorno para ter um índice equivalente a um fundo mais conservador, que tenha apresentado um menor retorno no período.

LEITURA AVANÇADA

Recordemos, do artigo anterior, com base na Fronteira Eficiente de Markowitz. Se existir na economia um ativo livre de risco, a Fronteira eficiente será a reta ligando o ativo livre de risco a uma certa carteira da hipérbole (ponto A), cuja tangente é a inclinação desta reta, que liga o ponto R_f ao ponto A.

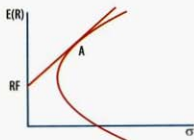


Figura 1: A fronteira eficiente é a reta que liga R_f à carteira A.

A equação de qualquer portfólio eficiente nesta reta é dada por:

$$E(R_p) = R_f + \sigma_p \cdot (E(R_A) - R_f) / \sigma_A$$

Esta é a equação que estabelece o retorno esperado de um portfólio eficiente, mas não dos portfólios não eficientes. Para estes é necessário derivar uma expressão que relacione retorno esperado a risco. Essa relação é dada pelo CAPM - Capital Asset Pricing Model.

O portfólio A da figura anterior é o portfólio de mercado, ou seja, a carteira composta por ativos arriscados que será combinada com o ativo de renda fixa formando o universo de carteiras passíveis de escolha. A carteira A é a carteira que maximiza IS, ou seja, o excedente de retorno esperado por unidade de risco total. Desta forma, a escolha da alocação de cada ativo que compõe esta carteira A será feita de modo que a contribuição marginal do risco deste ativo seja proporcional ao excedente de retorno esperado proporcionado por ele. Como a contribuição de risco é dada pela covariância do retorno deste ativo com o retorno da carteira, dividido pelo desvio padrão deste último, em equilíbrio, o retorno esperado de

um ativo i é dado por:⁸

$$E(R_i) = R_f + [E(R_A) - R_f] \cdot \text{COV}(R_i, R_A) / \sigma_A^2$$

Definindo beta como $\text{COV}(R_i, R_A) / \sigma_A^2$, obtemos a famosa relação do CAPM:

$$E(R_i) = R_f + \beta_i \cdot E(R_A - R_f)$$

Desta forma, para uma carteira bem diversificada, os parâmetros que o investidor deve conhecer de um ativo são o seu retorno esperado e seu beta. Um ativo com maior beta deve ter um maior retorno esperado.

O beta busca medir o risco não-diversificável de uma carteira. Para entender o conceito sobre risco não-diversificável, voltemos à fronteira de Markowitz. Os investimentos que compõem essa fronteira são considerados eficientes pois, para investimentos no seu interior, podemos obter uma carteira de mesmo retorno esperado e menor risco (desvio padrão), constituída de dois outros investimentos pertencentes à fronteira⁹. Em outras palavras, podemos, ao diversificar nossa carteira, reduzir o risco de nossos investimentos (ver figura 2). Quando não for mais possível obter novas carteiras com menor risco e mesmo retorno esperado, então estaremos com uma carteira eficiente. A diferença entre os desvios padrões do investimento da fronteira (B) e o do interior (A) é o chamado risco diversificável do investimento A, enquanto que o desvio do investimento B é chamado risco não-diversificável (existente em todas as carteiras que possuem o mesmo retorno esperado de B, diferentes dela), pois não será possível, por meio de diversificação, obter carteiras que nos deem o mesmo retorno esperado a um risco menor.

Se existir um ativo sem risco, o princípio é análogo. Se um investimento A é ineficiente, estará em um ponto abaixo da reta descrita pela equação acima, representada na figura 3. Como sabemos que, compondo uma carteira com aplicações no ativo livre de risco e no portfólio de mercado, podemos atingir qualquer ponto da reta da figura 3¹⁰, garantimos que existirá uma carteira composta por esses dois ativos que nos dê o mesmo retorno esperado do investimento A, porém com menos risco (ponto B). Dessa forma, concluímos que apenas o risco existente na carteira B estará sendo remunerado pelo mercado, isto é, o investimento A não está recebendo nenhum retorno esperado a mais pelo risco adicional incorrido em relação a B (risco diversificável).

O beta (retorno esperado) de uma carteira com dois ativos é a média ponderada, pela alocação individual, dos betas (retornos esperados) de cada ativo. Desta forma, a relação entre retorno e beta é linear. Quanto maior a alocação no ativo de maior beta (e retorno esperado), maior será o beta e o retorno esperado da carteira¹¹.

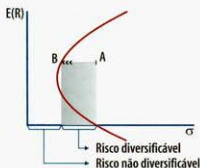


Figura 2: Podemos, ao diversificar nossa carteira, reduzir o risco de nossos investimentos, caminhando em direção à fronteira eficiente, representada pela área hachurada da curva acima.

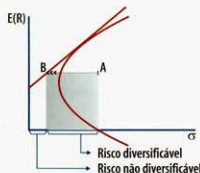


Figura 3: Se existir um ativo livre de risco na economia, a fronteira eficiente será a reta que une os pontos do ativo sem risco (RF) e da carteira de mercado (M). Nas duas figuras, apenas o risco existente na carteira B está sendo remunerado pelo mercado, isto é, o investimento A não está recebendo nenhum retorno a mais pelo risco adicional incorrido em relação a B (risco diversificável).

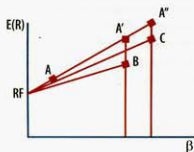


Figura 4: o investimento A terá maior IT que os investimentos B e C. Será, portanto, melhor investimento pois, alavancando-se em renda fixa à taxa RF, pode-se investir mais do que todo o capital no investimento arriscado A e assim obter A', com o nível de risco de B com maior retorno esperado, ou A', com o nível de risco de C com maior retorno esperado.

A magnitude do risco não-diversificável pode ser medida pelo beta do investimento, em uma fronteira eficiente. Uma carteira na fronteira eficiente mostrada na figura 3 possui beta igual à alocação feita no portfólio de merca-

do M (que tem beta igual a 1, enquanto que o ativo sem risco possui beta igual a zero). A volatilidade desta carteira é igual ao produto do beta deste investimento pela volatilidade da carteira de mercado. E, como a volatilidade da carteira de mercado é a mesma para qualquer investimento, temos que o beta será o diferencial de risco não-diversificável entre os investimentos.

Estes conceitos formam a base do índice de Treynor, que é utilizado para comparar a performance de carteiras com base no risco não-diversificável.

Podemos representar em um gráfico as combinações de beta e retorno esperado de investimentos que estivermos avaliando (ver figura 4). De forma equivalente à que apresentamos para o IS, podemos construir carteiras combinando um investimento A com renda fixa de forma a obter qualquer combinação beta – retorno esperado pertencente à reta que liga esses dois pontos (retas). Deste modo, os investimentos que estiverem na reta de maior inclinação serão mais eficientes, pois podemos, através deste artifício, gerar uma carteira (combinando A e renda fixa) que possua o mesmo beta e retorno esperado superior ao dos demais investimentos (figura 4).

A inclinação da reta relativa a um determinado investimento *i* será dada por:

$$IT = \frac{E(R_i) - R_f}{\beta_i}$$

Esta medida é conhecida como Índice de Treynor (IT), e fornece o excesso de retorno esperado de um investimento com relação ao retorno do ativo sem risco por unidade de risco não-diversificável. O IT nos permite realizar escolhas entre investimentos quando já possuímos ativos arriscados, pois, dados os IT's dos investimentos em questão, podemos formar uma carteira com o investimento de maior IT e o ativo sem risco de forma a obter qualquer beta desejado, porém, com maior retorno esperado do que se tivéssemos escolhido qualquer outro investimento para compor, com o ativo sem risco, uma carteira de mesmo beta. Ao contrário do índice de Sharpe, quando incluímos essa carteira em nossos investimentos, o IT dessa nova carteira também será maior do que se tivéssemos escolhido qualquer outro investimento para compor essa carteira¹².

O IT estará levando em consideração apenas uma parcela do risco, o risco não-diversificável. Para o investidor que estiver diversificando sua carteira entre diversos investimentos, de forma a eliminar o risco diversificável, este será o risco relevante à sua análise da performance de

novos investimentos a fazerem parte de sua carteira. Desta forma, para o investidor que já possui ativos arriscados, o *IT* seria um índice que ofereceria informações diferentes das oferecidas pelo Índice de Sharpe, proporcionando consistência nas escolhas, pois, como considera somente a parcela não diversificável do risco medida pelo beta do investimento, leva em consideração as correlações existentes entre eles, através de suas correlações com a carteira de mercado.

Uma observação importante que irá ajudar na compreensão do significado desse índice é que o risco de um certo investimento pode ser dividido em um risco relacionado com o ativo de mercado, e um risco não relacionado com esse ativo. Dessa forma, a correlação entre dois investimentos pode ser dividida entre a correlação que eles têm devido à suas parcelas de risco relativas ao ativo de mercado, e a correlação existente entre as parcelas de risco não relacionadas com o ativo de mercado. O Índice de Treynor, leva em consideração a primeira parcela de correlação, mas não leva em consideração as correlações existentes entre os seus riscos que não são relacionadas com o ativo de mercado. Dessa forma, o *IT* nos fornece informações sobre uma parte das correlações dos ativos (a relacionada com o ativo de mercado). Mas é sempre bom lembrar que a correlação não relacionada com o ativo de mercado é também muito importante, e o *IT* não leva essa parcela em consideração.

Para o investidor que ainda não possui investimentos arriscados, o Índice de Sharpe nos fornece informações mais relevantes que o *IT*, pois, nesse caso, o risco relevante ao investidor será o risco total desse investimento. Assim, o risco diversificável também será uma informação importante e não poderá ser ignorado, o que faz com que o IS forneça melhores informações.

O *IT* possui os mesmos problemas que o Índice de Sharpe no que diz respeito à possibilidade de se tomar recursos emprestados à taxa livre de risco. Assim, se não for possível tomar recursos emprestados à taxa livre de risco, um ativo *A* que tenha maior *IT* e menor beta do que um outro ativo *B* não pode ser considerado superior a este ativo (pois não é possível atingir o mesmo beta do ativo *B* se não podemos tomar recursos emprestados à taxa R_f). Problema semelhante ocorre quando temos diferenças entre as taxas de captação e de aplicação¹³.

Assim como o índice de Sharpe, o *IT* pode ser utilizado para avaliação de performance de investimentos, sendo, como o primeiro, uma medida que pondera retornos esperados e risco de um ativo ou carteira. A principal diferença entre eles está no fato de que, enquanto o primeiro utiliza o risco total da aplicação nessa medida, o segundo utiliza apenas o risco não-diversificável. Isso per-

mite que, mesmo tendo investimentos arriscados em carteira (desde que bem diversificados), se possa ordenar novas possibilidades de aplicação através do *IT*. Em contrapartida, ao não levar em conta o risco total da aplicação, o *IT* pode ser de pouca utilidade a investidores que ainda não tenham diversificado suas aplicações. Assim, é importante que, ao analisar oportunidades, o investidor tenha conhecimento das qualidades e limitações dessas ferramentas, para que possa se utilizar da que for mais adequada para cada situação.

ROGERIO MAZALI
PAULO LUIZ A. BASILIO
RICARDO SIMONSEN

¹ Ver Simonsen, R.; Mazali, R.; Basilio, P.L.A., *Conjuntura Econômica*, vol. 54 nº 1, Jan/2000, pp. 30-32.

² *Idem*, pp. 30.

³ Lembremos que $\text{Var}(ax + by) = a^2 \text{Var}(x) + b^2 \text{Var}(y) + 2ab \text{Cov}(x, y)$ e, portanto, o risco de uma carteira composta por diversos ativos será função da covariância entre os retornos dos ativos que a compõem.

⁴ Mais precisamente medida pela covariância entre esses retornos dividida pela variância do retorno do mercado.

⁵ Para obtermos essas conclusões, estamos implicitamente aceitando e utilizando as hipóteses do modelo CAPM.

⁶ Treynor, Jack L., "How to rate investment funds", *Harvard Business Review*, 43, no. 1, Jan-Feb. 1965, 63-75

⁷ Como o retorno *RF* não tem risco e correlação com o retorno da carteira *A*, o risco de uma carteira que invista em *A* e *RF* é dado pelo risco da carteira *A* multiplicado pelo percentual alocado nela, e o retorno desta carteira pelo retorno médio ponderado. Para níveis de risco superiores aos da dita carteira, pode-se tomar emprestado à taxa livre de risco *RF* e aplicar na carteira arriscada já referida.

⁸ A proporção é dada por $(E(R_i - R_f)) / \sigma_i$.

⁹ Ver Huang, C., Litztenberger, R. H., "Foundations of Financial Economics", North Holland, New York, 1988, pp. 66.

¹⁰ Ver Simonsen, R.; Mazali, R.; Basilio, P.L.A., *Conjuntura Econômica*, vol. 54 nº 1, Jan/2000, pp. 30-32.

¹¹ $\beta(\alpha \cdot X + p \cdot Y) = \text{COV}(\alpha \cdot X + p \cdot Y, Z) / \text{Var}(Z) = [\alpha \text{COV}(X, Z) + p \text{COV}(Y, Z)] / \text{Var}(Z) = [\alpha \cdot \text{COV}(X, Z) + p \cdot \text{COV}(Y, Z)] / \text{Var}(Z) = \alpha \cdot \beta(X) + p \cdot \beta(Y)$.

¹² De forma geral, podemos formar uma carteira, combinando o investimento de maior *IT* disponível e o ativo de renda fixa, de forma a atingir qualquer beta desejado, porém com maior retorno esperado do que se fizéssemos a mesma coisa com qualquer outro ativo.

¹³ Ver Simonsen, R.; Mazali, R.; Basilio, P.L.A., *Conjuntura Econômica*, vol. 54 nº 1, Jan/2000, pp. 30-32.