



Comparando medidas de desempenho:

Índices de Sharpe, de Treynor e Alfa de Jensen

MUITAS SÃO AS OPÇÕES DE INVESTIMENTO DISPONÍVEIS no mercado. Para poder avaliá-las de maneira objetiva, o investidor tem à sua disposição diversas ferramentas de análise, desenvolvidas a partir de meados dos anos 60, quando J. Treynor e W. Sharpe publicaram seus artigos, definindo os Índices de Treynor e Sharpe, como ficaram conhecidos posteriormente. A partir de então, outras medidas surgiram para avaliar investimentos, cada uma focando em um aspecto particular da teoria de finanças, destacando-se, dentre essas, a medida de Jensen (1968).¹ Dessa forma, saber as principais relações que podem ser obtidas entre elas e em que circunstâncias se obtêm tais relações é de fundamental importância ao se avaliar investimentos, bem como saber quais as principais qualidades e limitações de cada medida.

Antes de fazermos uma comparação entre os índices, iremos relembrar as definições destas medidas. O índice de Sharpe é definido por:

$$IS_i = \frac{E(R_i) - R_f}{\sigma_i}$$

onde $E(R_i)$ é o retorno esperado do investimento i ;
 R_f é o retorno do investimento no ativo livre de risco (renda fixa);
 σ_i é o desvio padrão dos retornos do investimento i .

O Índice de Sharpe (IS) nos dá o excesso de retorno esperado do investimento i por unidade de risco incorrido, medida pelo desvio padrão dos retornos da aplicação. Podemos usar este índice para comparar alternativas de investimento, de forma a escolher aquela que

possui maior IS, posto que esta alternativa pode ser combinada, em uma carteira, com o ativo de renda fixa, gerando retornos superiores aos de outros investimentos, para um nível de risco desejado.

De maneira semelhante, também podemos ordenar as aplicações financeiras pelo Índice de Treynor. O Índice de Treynor é definido por:

$$IT = \frac{E(R_i) - R_f}{\beta_i}$$

onde $E(R_i)$ e R_f seguem as definições anteriores; β_i é o beta dos retornos do investimento i .

O Índice de Treynor (IT) nos dá o excesso de retorno esperado do investimento i por unidade de risco que esse investimento adiciona à nossa carteira (risco não-diversificável), medida pelo beta da aplicação. Podemos usar este índice para comparar alternativas de investimento, de forma a escolher aquela que possui maior IT, posto que esta alternativa pode ser combinada, em uma carteira, com o ativo de renda fixa, gerando retornos superiores aos de outros investimentos, para um nível de risco não-diversificável (beta) desejado.

A medida de Jensen (AJ) foi construída no intuito de se avaliar o desempenho de administradores de carteiras ativas, como, por exemplo, fundos mútuos ativos. É definida pela diferença entre o retorno da carteira e o retorno de uma estratégia passiva que consiste em investir em uma carteira que combine investimentos no ativo livre de risco e na carteira de mercado². A medida de Jensen pode ser obtida com uma pequena alteração no modelo CAPM:

$$E(R_i - R_f) = \alpha_i + \beta_i \cdot E(R_M - R_f), \quad (1)$$

onde $E(R_i)$, R_f e β_i seguem as definições anteriores; $E(R_M)$ é o retorno esperado do investimento na carteira de mercado; α_i é a medida de Jensen dos retornos da carteira i .

Em artigos anteriores, mostramos que o IS pode não ser o melhor indicador para se ordenar investimentos quando já possuímos uma carteira diversificada de investimentos, sendo o IT mais indicado para esse caso. Da mesma forma, se não possuímos investimentos arriscados, o IT pode não ser o melhor indicador para ordenar investimentos, visto que este indicador não leva em conta o risco total do investimento mas, sim, apenas a parcela não-diversificável, sendo mais indicado, para tal, o IS. O Alfa de Jensen, como já foi dito anteriormente, mede o desempenho de um administrador ao gerenciar ativamente sua carteira, e será melhor quanto maior for essa medida. Como a medida de Jensen está vinculada ao contexto de análise do modelo CAPM, apresentará as mesmas limitações que o modelo apresenta.

Embora essas medidas de análise de desempenho se concentrem em aspectos diferentes da questão do investimento, podemos encontrar relações entre elas de forma a entender melhor as diferenças e semelhanças existentes. O Índice de Treynor, por exemplo, pode ser obtido, ao dividirmos por β_i os dois lados da equação (1):

$$IT_i = E(R_i - R_f)/\beta_i = \alpha_i/\beta_i + E(R_M - R_f), \quad (2)$$

Temos, então, que o IT é dado pela medida de Jensen dividida pelo beta do investimento somado ao excesso de retornos da carteira de mercado. Como a carteira de mercado é a mesma para todos os investimentos, temos que essa última parcela é constante para todos os investimentos e, portanto, o IT será uma transformação linear da medida de Jensen.

Esta forma, pode-se ter um fundo agressivo com maior medida de Jensen do que um fundo conservador, mas com menor IT. Isto porque a medida de Jensen informa o valor adicionado ao retorno pela gestão, enquanto que o índice de Treynor mede este valor adicionado por unidade de risco não-diversificável.

Da mesma forma, também podemos encontrar uma relação entre o IS e o AJ. Se dividirmos a equação (1) por σ_i obteremos então o IS:

$$IS_i = E(R_i - R_f)/\sigma_i = \alpha_i/\sigma_i + \beta_i \cdot E(R_M - R_f)/\sigma_i$$

Lembrando que o coeficiente beta é dado por:

$$\beta_i = COV(R_i, R_M) / \sigma_m^2 = \sigma_i \cdot \rho_{i,m} / \sigma_m, \quad (3)$$

tem-se que:

$$IS_i = E(R_i - R_f)/\sigma_i = \alpha_i/\sigma_i + E(R_M - R_f) \cdot \rho_{i,m}/\sigma_m \quad (4)$$

Onde: $E(R_i)$, R_f , β_i , σ_i , α_i e R_M , seguem as definições anteriores;

σ_m é o desvio padrão dos retornos da carteira de mercado;

$\rho_{i,m}$ é o coeficiente de correlação entre os retornos da carteira i e os retornos da carteira de mercado;

Para carteiras bem diversificadas, o coeficiente de correlação $\rho_{i,m}$ é igual a 1. Neste caso obteremos o IS:

$$IS_i = E(R_i - R_f)/\sigma_i = \alpha_i/\sigma_i + E(R_M - R_f)/\sigma_m, \quad (5)$$

Da mesma forma como no caso anterior, a última parcela é constante para todos os investimentos e, portanto, o IS será, aproximadamente, uma transformação linear do AJ. Analogamente à comparação entre IT e Jensen, o IS captura a medida de valor adicionado ao retorno, dada por Jensen, pelo risco total da carteira.

Outra comparação interessante é entre o IT e o IS. Para tal, basta substituir, na definição do IT, a relação dada pela equação (3):

$$IT_i = IS_i \cdot \sigma_m / \rho_{i,m}$$

Para investimentos bem diversificados, o coeficiente de correlação $\rho_{i,m}$ é igual a 1. Dessa forma, temos que:

$$IT_i = IS_i \cdot \sigma_m$$

Assim, temos que o IT é uma transformação linear aproximada do IS, e vice-versa.³

É importante lembrar também que os valores calculados de IT e IS, qualquer que seja a metodologia utilizada, representam, na realidade, estimadores dos "verdadeiros" índices, dessa forma, sujeitos a erros de estimação, como qualquer outra estatística. Levando em conta este fato, além da hipótese já relatada sobre a diversificação das carteiras, vemos que essas relações são apenas aproximadas, e que, em média, elas se verificam.

³Ver Simonsen, R., Mazali, R., Basilio, P.L.A. "Índice de Sharpe", *Conjuntura Econômica*, vol. 54 nº 1, Jan/2000, pp. 30-32; "Índice de Treynor", *Conjuntura Econômica*, vol. 54 nº 2, Fev/2000, pp. 29-32; e "Alfa de Jensen", *Conjuntura Econômica*, vol. 54 nº 3, Mar/2000, pp. 51-53.

⁴Lembremos que, na prática, as aplicações não são feitas de forma tão simples. Na realidade, não podemos aplicar em uma carteira de mercado, que é um conceito teórico. Existem índices que geralmente são utilizados como proxies da carteira de mercado (como o Ibovespa, por exemplo, no mercado brasileiro de ações), cujos retornos alguns fundos passivos procuram replicar, de forma que a aplicação nesses fundos é uma forma de se aproximar, na prática, de uma aplicação na carteira de mercado.

⁵Lembramos que a relação acima, assim como a relação entre IS e AJ, é apenas aproximada, visto que estamos supondo diversificação da carteira.